


Données :

TSR et SPU sont des triangles rectangles respectivement en T et en P.

$$TS = 14 \text{ cm}$$

$$SP = 10,5 \text{ cm}$$

$$RS = 28 \text{ cm}$$

$$\widehat{SKL} = 60^\circ ; \widehat{SUP} = 30^\circ$$

Les points T, S et P sont alignés

Les points R, K et S sont alignés

Les points S, L et U sont alignés

1. Montrer que la mesure de l'angle \widehat{TSR} est 60.
2. Démontrer que les triangles SRT et SUP sont semblables
3. Déterminer le coefficient de réduction liant les triangles SRT et SUP.
4. Calculer la longueur SU.
5. Quelle est la nature du triangle SKL ? A justifier.

Correction

1. Dnas le triangle RST rectangle en T, on a $\cos \widehat{RST} = \frac{ST}{SR} = \frac{14}{28} = \frac{1}{2} = 0,5$. On a donc $\widehat{RST} = 60$.

Rem. STR est un demi-triangle équilatéral obtenu en prenant le symétrique S par rapport à T et les angles d'un triangle équilatéral mesurent ...

2. Le triangle SUP est aussi un demi triangle équilatéral puisque par complément $\widehat{PSU} = 90 - 30 = 60$, donc $SU = 2SP = 2 \times 10,5 = 21$.

$$\text{Or } \frac{SP}{ST} = \frac{10,5}{14} = \frac{105}{140} = \frac{5 \times 21}{5 \times 28} = \frac{5 \times 7 \times 3}{5 \times 7 \times 4} = \frac{3}{4} \text{ et}$$

$$\frac{SU}{SR} = \frac{21}{28} = \frac{10,5}{14} = \frac{3}{4} \text{ (d'après le calcul précédent).}$$

Les côtés des triangles rectangles SRT et SUP sont donc proportionnels.

3. On a vu que le triangle SUP est une réduction du triangle SRT de coefficient $\frac{3}{4} = 0,75$.

4. On a déjà vu que $SU = 21$.

5. On a vu que $\widehat{PSU} = \widehat{TSR} = 60$ donc par supplément :

$$\widehat{RSU} = 180 - 60 - 60 = 60.$$

Le triangle SKL a deux angles de 60 ; le troisième angle a pour mesure : $180 - 60 - 60 = 60$: le triangle SKL a donc trois angles de même mesure c'est donc un triangle équilatéral.