

Nina et Claire ont chacune un programme de calcul.

Programme de Nina

Choisir un nombre de départ

Soustraire 1.

Multiplier le résultat par -2

Ajouter 2.

Programme de Claire

Choisir un nombre de départ

Multiplier ce nombre par $-\frac{1}{2}$

Ajouter 1 au résultat

1. Montrer que si les deux filles choisissent 1 comme nombre de départ, Nina obtiendra un résultat final 4 fois plus grand que celui de Claire.
2. Quel nombre de départ Nina doit-elle choisir pour obtenir 0 à la fin ?
3. Nina dit à Claire: Si on choisit le même nombre de départ, mon résultat sera toujours quatre fois plus grand que le tien .
A-t-elle raison ?

Correction

1. • Nina obtient successivement : $1 \rightarrow 1 - 1 = 0 \rightarrow 0 \times (-2) = 0 \rightarrow 2$;
 • Claire obtient successivement : $1 \rightarrow 1 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2} \rightarrow -\frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2}$. Or $2 = 4 \times \left(\frac{1}{2}\right)$: le résultat de Nina est quatre fois plus grand que celui de Claire.
2. En partant de 0 et en faisant les opérations inverses du programme on obtient :

$$0 \leftarrow 0 - 2 = -2 \leftarrow -2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = 1 \leftarrow 1 + 1 = 2.$$
 En partant de 2 Nina obtiendra 0.
3. • En partant de x quelconque Nina obtient successivement :

$$x \rightarrow x - 1 \rightarrow -2(x - 1) = -2x + 2 \rightarrow -2x + 2 + 2 = 4 - 2x.$$
 • En partant de x quelconque Claire obtient successivement :

$$x \rightarrow x \times \left(-\frac{1}{2}\right) \rightarrow 1 - \frac{x}{2}.$$
 Or $4 \left(1 - \frac{x}{2}\right) = 4 - 2x$. Nina a raison.