

Dans l'exercice suivant, les figures ne sont pas à l'échelle.

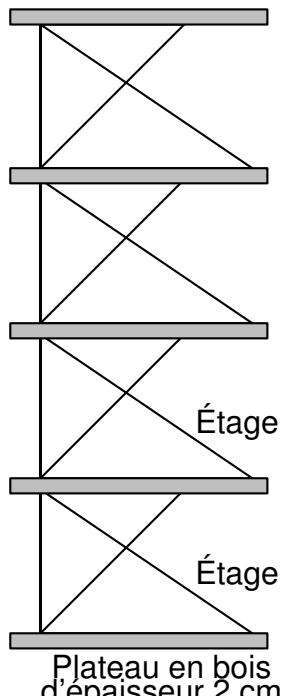


Figure 1

Un décorateur a dessiné une vue de côté d'un meuble de rangement composé d'une structure métallique et de plateaux en bois d'épaisseur 2 cm, illustré par la figure 1. Les étages de la structure métallique de ce meuble de rangement sont tous identiques et la figure 2 représente l'un d'entre eux.

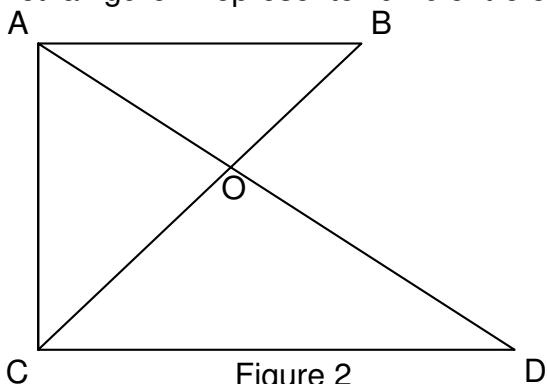


Figure 2

On donne :

- $OC = 48 \text{ cm}$; $OD = 64 \text{ cm}$; $OB = 27 \text{ cm}$; $OA = 36 \text{ cm}$ et $CD = 80 \text{ cm}$;
- les droites (AC) et (CD) sont perpendiculaires.

1. Démontrer que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.
2. Montrer par le calcul que $AB = 45 \text{ cm}$.
3. Calculer la hauteur totale du meuble de rangement.

Correction

1. On compare les longueurs des côtés des triangles OAB et ODC :

$$\text{On a } \frac{OA}{OD} = \frac{36}{64} = \frac{4 \times 9}{4 \times 16} = \frac{9}{16} ;$$

$$\frac{OB}{OC} = \frac{27}{48} = \frac{3 \times 9}{3 \times 16} = \frac{9}{16}, \text{ donc}$$

$\frac{OA}{OD} = \frac{OB}{OC}$: Comme les points O,A et D d'une part, et les points O, B et C d'autre part sont alignés dans le même ordre, alors d'après la réciproque de la propriété de Thalès cette égalité montre que les droites(AB) et (CD) sont parallèles.

2. On sait que l'on a également $\frac{OA}{OD} = \frac{AB}{CD}$ ou encore en remplaçant par les valeurs connues :

$$\frac{9}{16} = \frac{AB}{80}, \text{ d'où en multipliant chaque membre par 80 :}$$

$$AB = 80 \times \frac{9}{16} = 16 \times 5 \times \frac{9}{16} = 5 \times 9 = 45 \text{ (cm).}$$

3. On sait que le triangle ACD est rectangle en C ; donc le théorème de Pythagore permet d'écrire :

$$AC^2 + CD^2 = AD^2. \quad (1)$$

Or CD = 80 et AD = AO + OD = 36 + 64 = 100.

L'égalité (1) devient :

$$AC^2 + 80^2 = 100^2, \text{ d'où } AC^2 = 100^2 - 80^2 = 10,000 - 6,400 = 3,600; \text{ d'où } AC = \sqrt{3600} = 60.$$

Chaque étagère a une hauteur de 60 cm avec un plateau de 2 cm soit une hauteur de 62 cm ; il y a 4 étagères, donc la hauteur totale du meuble est égale à : $4 \times 62 = 248$ (cm) plus le dernier plateau donc une hauteur totale de 250 cm.