

Pour le mariage de Dominique et Camille, le pâtissier propose deux pièces montées constituées de gâteaux de tailles et de formes différentes.

La tour de Pise :

La première pièce montée est constituée d'un empilement de 4 gâteaux de forme cylindrique, de même hauteur et dont le diamètre diminue de 8 cm à chaque étage.

Le gâteau du bas a pour diamètre 30 cm et pour hauteur 6 cm.



La tour Carrée :

La deuxième pièce montée est constituée d'un empilement de 3 pavés droits à base carrée de même hauteur. La longueur du côté de la base diminue de 8 cm à chaque étage.

La hauteur des gâteaux est 8 cm ; le côté de la base du gâteau du bas mesure 24 cm.



Tous les gâteaux ont été confectionnés à partir de la recette ci-dessous qui donne la quantité des ingrédients correspondant à 100 g de chocolat.

Recette du gâteau pour 100 g de chocolat :

- 65 g de sucre
- 2 oeufs
- 75 g de beurre
- 30 g de farine

1. Quel est le ratio (masse de beurre : masse de chocolat) ? Donner le résultat sous forme de fraction irréductible.
2. Calculer la quantité de farine nécessaire pour 250 g de chocolat noir suivant la recette ci-dessus.
3. Calculer la longueur du côté de la base du plus petit gâteau de la tour Carrée.
4. Quelle est la tour qui a le plus grand volume ? Justifier votre réponse en détaillant les calculs.

On rappelle que le volume V d'un cylindre de rayon r et de hauteur h est donné par la formule:

$$V = \pi \times r^2 \times h.$$

Correction

1. Le ratio est égal à $\frac{75}{100} = \frac{3 \times 25}{4 \times 25} = \frac{3}{4}$.
2. On a $250 = 2,5 \times 100$: il faut donc multiplier les quantités par 2,5. En particulier il faudra $30 \times 2,5 = 3 \times 25 = 75$ g de farine.
3. Le plus petit gâteau carrée a une base carré de côté : $24 - 8 - 8 = 8$ cm.
4.
 - Volume de tour de Pise :

$$\pi \times 15^2 \times 6 + \pi \times 11^2 \times 6 + \pi \times 7^2 \times 6 + \pi \times 3^2 \times 6 = 6\pi (15^2 + 11^2 + 7^2 + 3^2) = 6\pi (225 + 121 + 49 + 9) = 6\pi \times 404 = 2,424\pi \approx 7,615 \text{ cm}^3.$$
 - Volume de tour Carrée :

$$24^2 \times 8 + 16^2 \times 8 + 8^2 \times 8 = 8 \times (24^2 + 16^2 + 8^2) = 8 \times 896 = 7,168 \text{ cm}^3.$$
 C'est la tour de Pise qui a le plus grand volume.