

Marc et Jim, deux amateurs de course à pied, s'entraînent sur une piste d'athlétisme dont la longueur du tour mesure 400 m.

Marc fait un temps moyen de 2 minutes par tour.

Marc commence son entraînement par un échauffement d'une longueur d'un kilomètre.

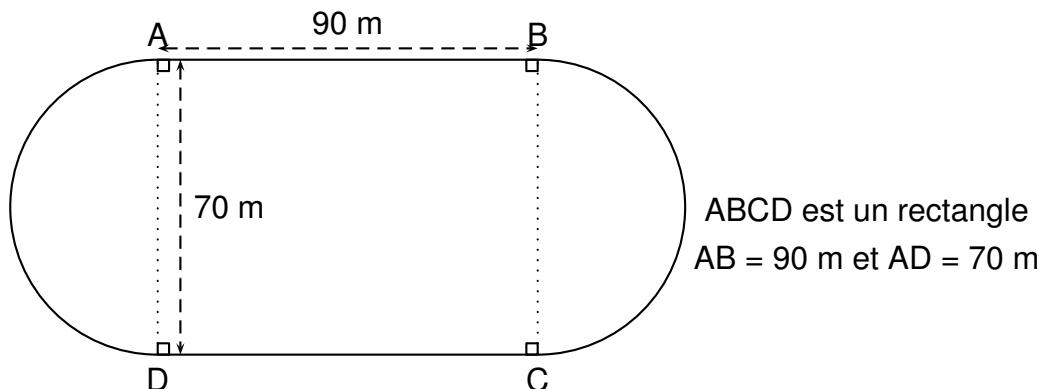
1. Combien de temps durera l'échauffement de Marc?
2. Quelle est la vitesse moyenne de course de Marc en km/h ?

À la fin de l'échauffement, Marc et Jim décident de commencer leur course au même point de départ A et vont effectuer un certain nombre de tours.

Jim a un temps moyen de 1 minute et 40 secondes par tour.

Le schéma ci-dessous représente la piste d'athlétisme de Marc et Jim constituée de deux segments [AB] et [CD] et de deux demi-cercles de diamètre [AD] et [BC].

(Le schéma n'est pas à l'échelle et les longueurs indiquées sont arrondies à l'unité.)



3. Calculer le temps qu'il faudra pour qu'ils se retrouvent ensemble, au même moment, et pour la première fois au point A.

Puis déterminer combien de tours de piste cela représentera pour chacun d'entre eux.

Toute trace de recherche, même non aboutie, devra apparaître sur la copie. Elle sera prise en compte dans l'évaluation.

Correction

1. En supposant que Marc court à la vitesse de 2 minutes pour faire 400 m, il mettra 1 minute pour faire 200 m, donc 5 minutes pour faire $5 \times 200 = 1,000$ m
2. 1 km en 5 min représente une vitesse de $12 \times 1 = 12$ (km/h) en $12 \times 5 = 60$ min = 1 h.
3. Un tour de piste a pour longueurs la longueur des deux lignes droites et la longueur d'un cercle de diamètre [AD].

Longueur d'un tour : $2 \times 90 + 70 \times \pi = 180 + 70\pi \approx 399,911$ ce qui correspond bien à l'unité près à 400 m.

- Marc passe donc au point A toutes les deux minutes soit toutes les 120 secondes ;
- Jim passe au point toutes les $1 \frac{1}{3}$ min, soit toutes les 100 secondes.

Ils repasseront la première fois ensemble au point A au bout d'un temps égal au plus petit multiple commun à 100 et à 120.

$$100 = 10 \times 10 = 2^2 \times 5^2 \text{ et}$$

$$120 = 12 \times 10 = 2^3 \times 3 \times 5.$$

Le p.p.c.m. à 100 et 120 est $2^3 \times 3 \times 5^2 = 24 \times 25 = 600$ (s)

- Marc aura donc fait $\frac{600}{100} = 6$ tours et
- Jim aura fait $\frac{600}{120} = \frac{60}{12} = 5$ tours.