

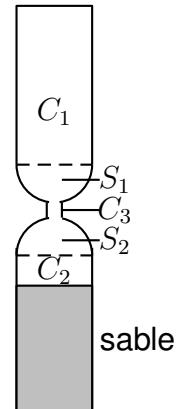
Les questions 1 et 2 sont indépendantes.

Un sablier est composé de

- Deux cylindres C_1 et C_2 de hauteur 4,2 cm et de diamètre 1,5 cm
- Un cylindre C_3
- Deux demi-sphères S_1 et S_2 de diamètre 1,5 cm

On rappelle le volume V d'un cylindre d'aire de base B et de hauteur h :

$$V = B \times h.$$



1. (a) Au départ, le sable remplit le cylindre C_2 aux deux tiers. Montrer que le volume du sable est environ 4,95 cm³.
(b) On retourne le sablier. En supposant que le débit d'écoulement du sable est constant et égal à 1,98 cm³/min, calculer le temps en minutes et secondes que va mettre le sable à s'écouler dans le cylindre inférieur.
2. En réalité, le débit d'écoulement d'un même sablier n'est pas constant.

Dans une usine où on fabrique des sabliers comme celui-ci, on prend un sablier au hasard et on teste plusieurs fois le temps d'écoulement de ce sablier.

Voici les différents temps récapitulés dans le tableau suivant:

Temps mesuré	2 min 22 s	2 min 24 s	2 min 26 s	2 min 27 s	2 min 28 s	2 min 29 s	2 min 30 s
Nom- bre de tests	1	1	2	6	3	7	6

Temps mesuré	2 min 31 s	2 min 32 s	2 min 33 s	2 min 34 s	2 min 35 s	2 min 38 s
Nom- bre de tests	3	1	2	3	2	3

- (a) Combien de tests ont été réalisés au total ?
- (b) Un sablier est mis en vente s'il vérifie les trois conditions ci-dessous, sinon il est éliminé :
 - L'étendue des temps est inférieure à 20 s.
 - La médiane des temps est comprise entre 2 min 29 s et 2 min 31 s.
 - La moyenne des temps est comprise entre 2 min 28 s et 2 min 32 s.

Le sablier testé sera-t-il éliminé ?

Correction

1. (a) Le diamètre de C_2 est 1,5 cm. Son rayon est donc $\frac{1,5}{2} = 0,75$ cm.

L'aire B de sa base est $\pi \times r^2 = \pi \times 0,75^2$.

Son volume est $V = B \times h = \pi \times 0,75^2 \times 4,2$.

Le volume de sable est $\frac{2}{3} \times \pi \times 0,75^2 \times 4,2$, soit environ 4,95 cm³.

L'aire d'un disque de rayon r est $\pi \times r^2$.

- (b) On a : volume = vitesse d'écoulement × temps.

Donc le temps d'écoulement est $\frac{\text{volume}}{\text{vitesse d'écoulement}} = \frac{4,95}{1,98} = 2,5$.

Le temps d'écoulement est 2,5 minutes, soit 2 minutes 30 secondes.

2. (a) On a : $1 + 1 + 2 + 6 + 3 + 7 + 6 + 3 + 1 + 2 + 3 + 2 + 3 = 40$.

On a effectué 40 tests.

- (b) • La plus grande valeur est 2 min 38 s et la plus petite est 2 min 22 s.

La différence (étendue de la série) est de 16 secondes, inférieure à 20 s.

- La médiane est la moyenne entre la 20e valeur de la série ordonnée et la 21e valeur.

Or, on a $1 + 1 + 2 + 6 + 3 + 7 = 20$, donc la 20e valeur est 2 min 29 s et la 21e est 2 min 30.

La médiane est bien comprise entre 2 min 29 s et 2 min 31 s.

- Comme tous les temps commencent par 2 min, il suffit de faire la moyenne des secondes en faisant :

$$\frac{1 \times 22 + 1 \times 24 + \dots + 2 \times 35 + 3 \times 38}{40} = \frac{1,204}{40} = 30,1.$$

– Le temps moyen d'écoulement est 2 min 30,1 s.

– La moyenne est entre 2 min 28 s et 2 min 32 s.

– Le sablier testé ne sera pas rejeté.