

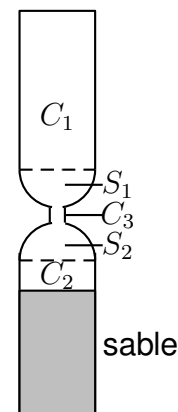
Les questions 1 et 2 sont indépendantes.

Un sablier est composé de

- Deux cylindres  $C_1$  et  $C_2$  de hauteur 4,2 cm et de diamètre 1,5 cm
- Un cylindre  $C_3$
- Deux demi-sphères  $S_1$  et  $S_2$  de diamètre 1,5 cm

On rappelle le volume  $V$  d'un cylindre d'aire de base  $B$  et de hauteur  $h$  :

$$V = B \times h.$$



- (a) Au départ, le sable remplit le cylindre  $C_2$  aux deux tiers. Montrer que le volume du sable est environ  $4,95 \text{ cm}^3$ .
  - (b) On retourne le sablier. En supposant que le débit d'écoulement du sable est constant et égal à  $1,98 \text{ cm}^3/\text{min}$ , calculer le temps en minutes et secondes que va mettre le sable à s'écouler dans le cylindre inférieur.
- En réalité, le débit d'écoulement d'un même sablier n'est pas constant.

Dans une usine où on fabrique des sabliers comme celui-ci, on prend un sablier au hasard et on teste plusieurs fois le temps d'écoulement de ce sablier.

Voici les différents temps récapitulés dans le tableau suivant:

Temps mesuré	2 min 22 s	2 min 24 s	2 min 26 s	2 min 27 s	2 min 28 s	2 min 29 s	2 min 30 s
Nom- bre de tests	1	1	2	6	3	7	6

Temps mesuré	2 min 31 s	2 min 32 s	2 min 33 s	2 min 34 s	2 min 35 s	2 min 38 s
Nom- bre de tests	3	1	2	3	2	3

- Combien de tests ont été réalisés au total ?
- Un sablier est mis en vente s'il vérifie les trois conditions ci-dessous, sinon il est éliminé :
  - L'étendue des temps est inférieure à 20 s.
  - La médiane des temps est comprise entre 2 min 29 s et 2 min 31 s.
  - La moyenne des temps est comprise entre 2 min 28 s et 2 min 32 s.

Le sablier testé sera-t-il éliminé ?

## Correction

1. (a) Le diamètre de  $C_2$  est 1,5 cm. Son rayon est donc  $\frac{1,5}{2} = 0,75$  cm.

L'aire  $B$  de sa base est  $\pi \times r^2 = \pi \times 0,75^2$ .

Son volume est  $V = B \times h = \pi \times 0,75^2 \times 4,2$ .

Le volume de sable est  $\frac{2}{3} \times \pi \times 0,75^2 \times 4,2$ , soit environ 4,95 cm<sup>3</sup>.

L'aire d'un disque de rayon  $r$  est  $\pi \times r^2$ .

- (b) On a : volume = vitesse d'écoulement  $\times$  temps.

Donc le temps d'écoulement est  $\frac{\text{volume}}{\text{vitesse d'écoulement}} = \frac{4,95}{1,98} = 2,5$ .

Le temps d'écoulement est 2,5 minutes, soit 2 minutes 30 secondes.

2. (a) On a :  $1 + 1 + 2 + 6 + 3 + 7 + 6 + 3 + 1 + 2 + 3 + 2 + 3 = 40$ .

On a effectué 40 tests.

- (b) • La plus grande valeur est 2 min 38 s et la plus petite est 2 min 22 s.

La différence (étendue de la série) est de 16 secondes, inférieure à 20 s.

- La médiane est la moyenne entre la 20e valeur de la série ordonnée et la 21e valeur.

Or, on a  $1 + 1 + 2 + 6 + 3 + 7 = 20$ , donc la 20e valeur est 2 min 29 s et la 21e est 2 min 30.

La médiane est bien comprise entre 2 min 29 s et 2 min 31 s.

- Comme tous les temps commencent par 2 min, il suffit de faire la moyenne des secondes en faisant :

$$\frac{1 \times 22 + 1 \times 24 + \dots + 2 \times 35 + 3 \times 38}{40} = \frac{1,204}{40} = 30,1.$$

– Le temps moyen d'écoulement est 2 min 30,1 s.

– La moyenne est entre 2 min 28 s et 2 min 32 s.

– Le sablier testé ne sera pas rejeté.