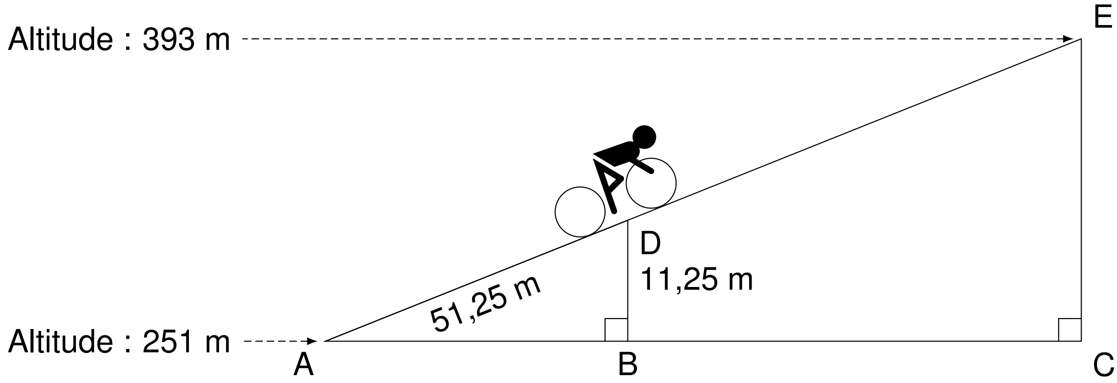
Aurélie fait du vélo en Angleterre au col de Hardknott.

Elle est partie d'une altitude de 251 mètres et arrivera au sommet à une altitude de 393 mètres.

Sur le schéma ci-dessous, qui n'est pas en vraie grandeur, le point de départ est représenté par le point A et le sommet par le point E. Aurélie est actuellement au point D.



Les droites (AB) et (DB) sont perpendiculaires. Les droites (AC) et (CE) sont perpendiculaires. Les points A, D et E sont alignés. Les points A, B et C sont alignés.

AD = 51,25 m et DB = 11,25 m.

1. Justifier que le dénivelé qu'Aurélie aura effectué, c'est-à-dire la hauteur EC, est égal à 142 m.
2. (a) Prouver que les droites (DB) et (EC) sont parallèles.

   (b) Montrer que la distance qu'Aurélie doit encore parcourir, c'est-à-dire la longueur DE, est d'environ 596 m.
3. On utilisera pour la longueur DE la valeur 596 m.

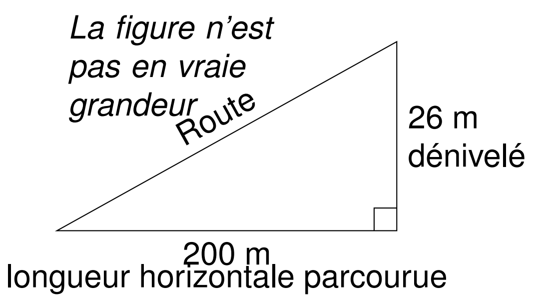
   Sachant qu'Aurélie roule à une vitesse moyenne de 8 km/h, si elle part à 9 h 55 du point D, à quelle heure arrivera-t-elle au point E ? Arrondir à la minute.
4. La pente d'une route est obtenue par le calcul suivant :

   $$\text{pente} = \frac{\text{dénivelé}}{\text{longueur horizontale parcourue}}.$$

   La pente s'exprime en pourcentage.

   Démontrer que la pente de la route parcourue par Aurélie est de 22,5 %.

Exemple d'une pente à 13 %



Correction

1. On a CE $= 393 - 251 = 142$ (m).
2. (a) Les droites (DB) et (EC) étant toutes les deux perpendiculaires à la droite (AC) sont parallèles.
   (b) A, D, E sont alignés dans cet ordre,
   A, B et C sont alignés dans cet ordre,
   et les droites (DB) et (EC) sont parallèles : on est donc une situation où l'on peut appliquer le théorème de Thalès, soit :
   $\frac{\text{BD}}{\text{EC}} = \frac{\text{AD}}{\text{AE}}$,
   soit $\frac{11,25}{142} = \frac{51,25}{\text{AE}}$;
   on en déduit $11,25\text{AE} = 142 \times 51,25$ puis AE $= \frac{142 \times 51,25}{11,25} \approx 646,8$.
   Donc DE $=$ AE $-$ AD $\approx 646,8 - 51,25 \approx 595,6$ soit 596 (m) au mètre près.
3. Aurélie parcourt donc 8,000 m en 60 minutes ou 800 m en 6 min ou 400 m en 3 minutes.
   Elle mettra donc pour parcourir 596 (m) un temps t tel que $\frac{3}{400} = \frac{t}{596}$, soit en multipliant chaque membre par 596 :
   $t = \frac{3 \times 596}{400} = 4,47$ (min), donc $t \approx 4$ (m) : elle arrivera donc à 9 h 59 min à la minute près.
4. On a par définition dans le triangle rectangle ABD : $\sin \widehat{\text{CAE}} = \frac{\text{BD}}{\text{AD}} = \frac{11,25}{51,25}$. La calculatrice donne $\widehat{\text{CAE}} \approx 12,68$.
   Dabs le triangle ABC on a $\tan \widehat{\text{CAE}} = \frac{\text{CE}}{\text{AC}}$ d'où AC $= \frac{\text{CE}}{\tan \widehat{\text{CAE}}} \approx \frac{142}{0,225} \approx 631,1$ (m).
   Finalement la pente est $\approx \frac{142}{631,1} \approx 0,225$, donc $\frac{22,5}{100} = 22,5\,\%$.