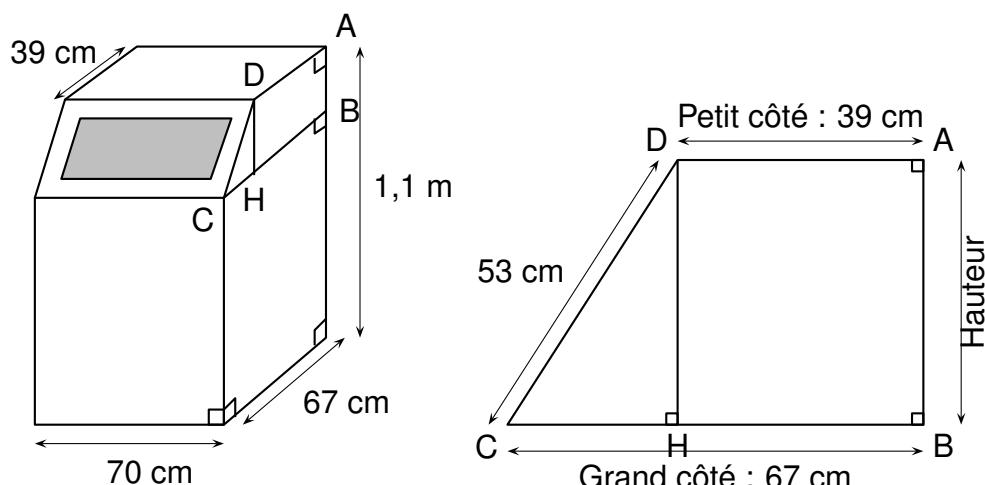


La production annuelle de déchets par Français était de 5,2 tonnes par habitant en 2007. Entre 2007 et 2017, elle a diminué de 6,5 %.

1. De combien de tonnes la production annuelle de déchets par Français en 2017 a-t-elle diminué par rapport à l'année 2007 ?
2. Pour continuer à diminuer leur production de déchets de nombreuses familles utilisent désormais un composteur.

Une de ces familles a choisi le modèle ci-dessous, composé d'un pavé droit et d'un prisme droit (la figure du composteur n'est pas à l'échelle). Le descriptif indique qu'il a une contenance d'environ  $0,5 \text{ m}^3$ ,

On souhaite vérifier cette information.



- (a) Dans le trapèze ABCD, calculer la longueur CH.
- (b) Montrer que la longueur DH est égale à 45 cm.
- (c) Vérifier que l'aire du trapèze ABCD est de  $2,385 \text{ cm}^2$ .
- (d) Calculer le volume du composteur.

L'affirmation il a une contenance d'environ  $0,5 \text{ m}^3$  est-elle vraie ? Justifier.

### Rappels :

$$\text{Aire du trapèze} = \frac{(\text{Petit côté} + \text{Grand côté}) \times \text{Hauteur}}{2}$$

$$\text{Volume du prisme droit} = \text{Aire de la base} \times \text{hauteur}$$

$$\text{Volume du pavé droit} = \text{Longueur} \times \text{largeur} \times \text{hauteur}.$$

## Correction

$$1. \frac{6,5}{100} \times 5,2 \text{ t} = 0,338 \text{ t} = 338 \text{ kg}$$

La production annuelle de déchets par Français a diminué de 0,338 tonnes entre 2007 et 2017.

2. (a)  $HBAD$  a trois angles droits, c'est donc un rectangle et par conséquent ses côtés opposés sont de même longueur. Ainsi  $HB = DA = 39 \text{ cm}$ .

Les points  $C, H, B$  sont alignés dans cet ordre donc  $CH = CB - HB = 67 \text{ cm} - 39 \text{ cm} = 28 \text{ cm}$ .

- (b) Dans le triangle  $CHD$  rectangle en  $H$ , d'après le théorème de Pythagore, on a :

$$CD^2 = CH^2 + HD^2$$

$$53^2 = 28^2 + HD^2$$

$$HD^2 = 53^2 - 28^2 = 2\,025$$

$$HD = \sqrt{2\,025} = 45$$

La longueur  $DH$  est bien égale à 45 cm.

$$(c) \mathcal{A}_{ABCD} = \frac{(DA + CB) \times DH}{2} = \frac{(39 \text{ cm} + 67 \text{ cm}) \times 45}{2} = 2\,385 \text{ cm}^2$$

- (d) Le composteur est composé d'un pavé droit et d'un prisme droit.

On sait que  $AB = DH = 45 \text{ cm}$  donc la hauteur du pavé droit est :

$$1,1 \text{ m} - 45 \text{ cm} = 110 \text{ cm} - 45 \text{ cm} = 65 \text{ cm}.$$

On a donc :  $\mathcal{V}_{\text{pavé droit}} = 70 \text{ cm} \times 67 \text{ cm} \times 65 \text{ cm} = 304\,850 \text{ cm}^3$

La base du prisme droit est le trapèze dont on a calculé l'aire à la question c), donc son volume est :  $\mathcal{V}_{\text{prisme droit}} = \mathcal{A}_{ABCD} \times 70 \text{ cm} = 2\,385 \text{ cm}^2 \times 70 \text{ cm} = 166\,950 \text{ cm}^3$ .

Finalement le volume du composteur est :

$$\mathcal{V}_{\text{pavé droit}} + \mathcal{V}_{\text{prisme droit}} = 304\,850 \text{ cm}^3 + 166\,950 \text{ cm}^3 = 471\,800 \text{ cm}^3 = 0,471\,800 \text{ m}^3.$$

$$0,5 \text{ m}^3 - 0,471\,800 \text{ m}^3 = 0,028\,2 \text{ m}^3 = 28,2 \text{ L}.$$

L'écart avec  $0,5 \text{ m}^3$  est assez faible donc on peut considérer l'affirmation comme vraie(... ou pas).