

Un professeur propose un jeu à ses élèves.

Ils doivent tirer un jeton dans une boîte de leur choix et gagnent lorsqu'ils tombent sur un jeton noir.

Le professeur leur précise que :

- La boîte A contient 10 jetons dont 1 jeton noir ;
- La boîte B contient 15 % de jetons noirs ;
- La boîte C contient exactement 350 jetons blancs et 50 jetons noirs.

Les jetons sont indiscernables au toucher. Une fois que l'élève a choisi sa boîte, le tirage se fait au hasard.

1. Montrer que, dans la boîte C, la probabilité de tirer un jeton noir est $\frac{1}{8}$.
2. C'est le tour de Maxime. Dans quelle boîte a-t-il intérêt à tenter sa chance ? Justifier la réponse.
3. La boîte B contient 18 jetons noirs. Combien y a-t-il de jetons au total dans cette boîte ?
4. On ajoute 10 jetons noirs dans la boîte C. Déterminer le nombre de jetons blancs à ajouter dans la boîte C pour que la probabilité de tirer un jeton noir reste égale à $\frac{1}{8}$.

Correction

- La probabilité de tirer un jeton noir dans la boîte C est égale à $\frac{50}{350 + 50} = \frac{50}{400} = \frac{50 \times 1}{50 \times 8} = \frac{1}{8}$.
- La probabilité de tirer un jeton noir dans la boîte A est égale à $\frac{1}{10} = 0,1$;
la probabilité de tirer un jeton noir dans la boîte B est égale à $\frac{15}{100} = 0,15$ et
La probabilité de tirer un jeton noir dans la boîte C est égale à $\frac{1}{8} = 0,125$.
Comme $0,1 < 0,125 < 0,15$, Maxime a intérêt à choisir la boîte B.
- On a pour n jetons en tout : $0,15 = \frac{15}{n}$ soit $0,15n = 18$ ou $n = \frac{18}{0,15} = 120$.
Il y a 120 jetons dans la boîte B dont 18 noirs.
- Si on ajoute b jetons blancs dans la boîte C, on a donc :

$$\frac{50 + 10}{350 + 50 + 10 + b} = \frac{1}{8}$$
 ou $\frac{60}{410 + b} = \frac{1}{8}$, d'où on déduit : $8 \times 60 = 410 + b$ ou $480 = 410 + b$ et
 $b = 480 - 410 = 70$. Il faut ajouter 70 jetons blancs.