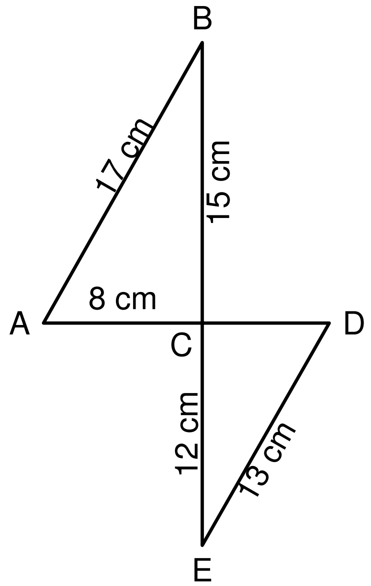
Sur la figure ci-contre, qui n'est pas en vraie grandeur, le point C est le point d'intersection des droites (BE) et (AD).



1. Démontrer que le triangle ABC est rectangle en C.
2. Calculer l'aire du triangle ABC.
3. Calculer une valeur approchée au degré près de l'angle $\widehat{BAC}$.
4. Calculer le périmètre du triangle CDE.
5. Les droites (AB) et (DE) sont-elles parallèles ?

Correction

1. On a $\text{AC}^2 + \text{CB}^2 = 8^2 + 15^2 = 64 + 225 = 289$ et $\text{AB}^2 = 17^2 = 289$.

   Donc $64 + 225 = 289$ ou encore $\text{AC}^2 + \text{CB}^2 = \text{AB}^2$: d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en C.

2. En prenant comme base [AC] et comme hauteur [BC], on a : $\mathcal{A}(\text{ACB}) = \dfrac{8 \times 15}{2} = 4 \times 15 = 60 \ (\text{cm}^2)$.

3. En utilisant par exemple la tangente, on a $\tan \widehat{\text{BAC}} = \dfrac{\text{BC}}{\text{AC}} = \dfrac{15}{8} = 1,875$.

   La calculatrice donne $\tan^{-1}(1,875) \approx 61,92$, soit 62 au degré près.

   $\widehat{\text{BAC}} \approx 62$.

4. Puisque $\widehat{\text{ACB}}) = 90$, alors l'angle opposé $\widehat{\text{ECD}} = 90$: le triangle DCE est donc rectangle en C.

   D'après le théorème de Pythagore :

   $\text{DC}^2 + \text{CE}^2 = \text{DE}^2$, soit $\text{DC}^2 = \text{DE}^2 - \text{CE}^2 = 13^2 - 12^2 = 169 - 144 = 25 = 5^2$.

   On a donc $\text{DC} = 5$ (cm).

   Le périmètre du triangle CDE est donc égal à :

   $p = \text{DC} + \text{CE} + \text{ED} = 5 + 12 + 13 = 30$ (cm).

5. On a $\tan \widehat{\text{CDE}} = \dfrac{\text{CE}}{\text{CD}} = \dfrac{12}{5} = 2,4$.

   Donc $\tan \widehat{\text{BAC}} \neq \tan \widehat{\text{DCE}}$ et par conséquent $\widehat{\text{BAC}} \neq \widehat{\text{DCE}}$: les angles $\widehat{\text{BAC}}$ et $\widehat{\text{DCE}}$ ne sont pas alternes-internes, donc les droites (AB) et (DE) ne sont pas parallèles.