

Une station de ski propose à ses clients trois formules pour la saison d'hiver :

- Formule A : on paie 36,50 € par journée de ski.
- Formule B : on paie 90 € pour un abonnement SkiPlus pour la saison, puis 18,50 € par journée de ski.
- Formule C : on paie 448,50 € pour un abonnement SkiTotal qui permet ensuite un accès gratuit à la station pendant toute la saison.

1. Marin se demande quelle formule choisir cet hiver. Il réalise un tableau pour calculer le montant à payer pour chacune des formules en fonction du nombre de journées de ski. Compléter, sans justifier, le tableau ci-dessous.

| Nombre de journées de ski | 2 | 6 | 10 |
|---------------------------|----------|---|----|
| Formule A | 73 € | | |
| Formule B | 127 € | | |
| Formule C | 448,50 € | | |

2. Dans cette question, x désigne le nombre de journées de ski.

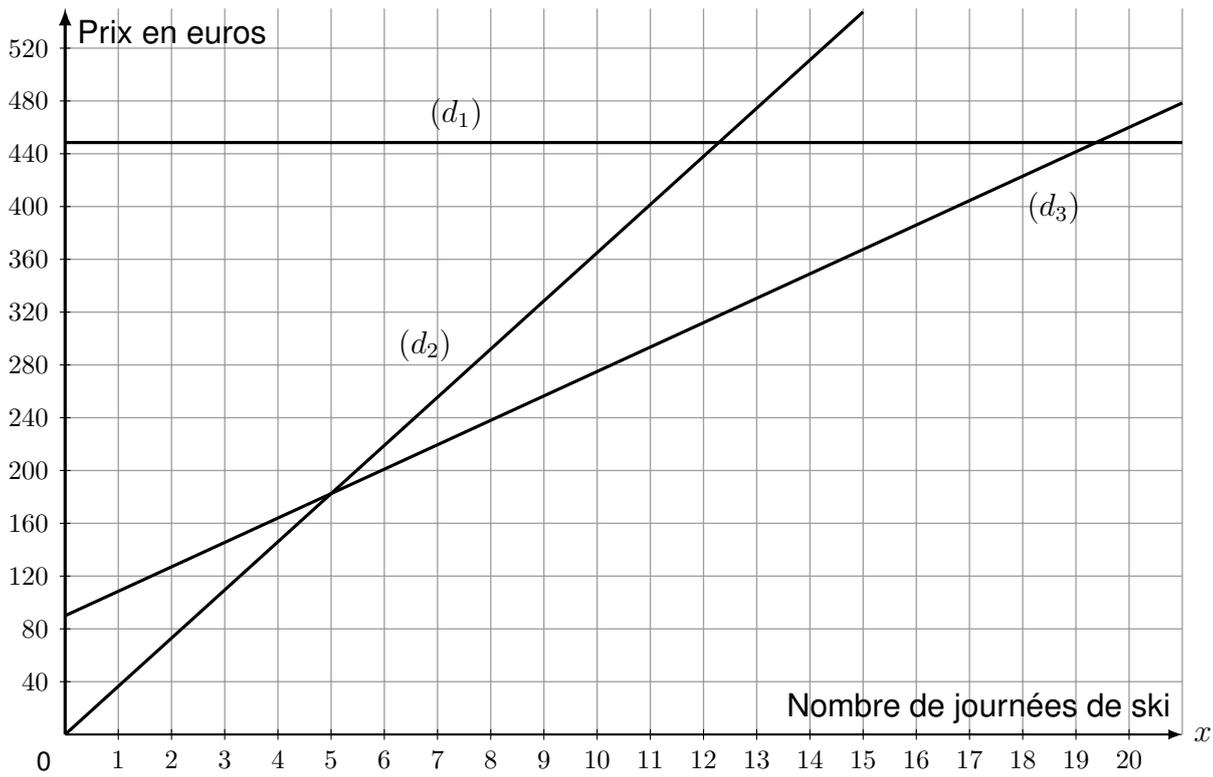
On considère les trois fonctions f , g et h définies par :

$$f(x) = 90 + 18,5x$$

$$g(x) = 448,5$$

$$h(x) = 36,5x$$

- Laquelle de ces trois fonctions représente une situation de proportionnalité ?
 - Associer, sans justifier, chacune de ces fonctions à la formule A, B ou C correspondante.
 - Calculer le nombre de journées de ski pour lequel le montant à payer avec les formules A et B est identique.
3. On a représenté graphiquement les trois fonctions dans le graphique ci dessous.
Sans justifier et à l'aide du graphique :
- Associer chaque représentation graphique (d_1) , (d_2) et (d_3) à la fonction f , g ou h correspondante.
 - Déterminer le nombre maximum de journées pendant lesquelles Marin peut skier avec un budget de 320 €, en choisissant la formule la plus avantageuse.
 - Déterminer à partir de combien de journées de ski il devient avantageux de choisir la formule C.



Correction

1. Voici le tableau complété.

| Nombre de journées de ski | 2 | 6 | 10 |
|---------------------------|----------|----------|----------|
| Formule A | 73 € | 219 € | 365 € |
| Formule B | 127 € | 201 € | 275 € |
| Formule C | 448,50 € | 448,50 € | 448,50 € |

$$f(x) = 90 + 18,5x$$

$$g(x) = 448,5$$

$$h(x) = 36,5x$$

2. (a) Seule la fonction h représente une situation de proportionnalité.
- (b) Formule A : fonction h ;
 Formule B : fonction f ;
 Formule C : fonction g .
- (c) Il faut donc résoudre l'équation : $h(x) = f(x)$, soit $36,5x = 90 + 18,5x$ d'où en ajoutant $-18,5x$ à chaque membre : $18x = 90$ ou $2 \times 9x = 9 \times 2 \times 5$ et en simplifiant par 2×9 ; $x = 5$.
 On a effectivement : $h(5) = 182,5$ et $f(5) = 90 + 18,5 \times 5 = 90 + 92,5 = 182,5$.
 On paiera avec les formules A et B, 182,50 €.
3. On a représenté graphiquement les trois fonctions dans le graphique ci dessous.
 Sans justifier et à l'aide du graphique :
- (a) – (d_1) correspond à la fonction constante g définie par $g(x) = 448,5$;
 – (d_2) correspond à la fonction linéaire h définie par $h(x) = 36,5x$;
 – (d_3) correspond à la fonction f définie par $f(x) = 90 + 18,5x$.

(b) Marin ne peut bien sûr pas se payer le forfait à 448,50 €.

Avec la formule A l'équation $73x = 320$ a pour solution $x = \frac{320}{73} \approx 4,4$: il peut donc skier 4 jours.

Avec la formule B l'équation $90 + 18,5x = 320$ peut s'écrire $18,5x = 230$ qui a pour solution $x = \frac{230}{18,5} \approx 12,4$, soit 12 journées de ski, soit le nombre maximal de journées de ski qu'il peut se payer (il paiera en fait $90 + 18,5 \times 12 = 312$ €).

(c) La formule A est la plus onéreuse. Il faut donc comparer les formules B et C. Or :

$448,5 < 90 + 18,5x$ peut s'écrire $358,5 < 18,5x$ ou encore $\frac{358,5}{18,5} < x$.

Or $\frac{358,5}{18,5} \approx 19,4$, donc le plus petit entier naturel qui vérifie l'inéquation est 20.

Le forfait est intéressant à partir de 20 journées de ski dans l'année.

Remarque : on pouvait aussi résoudre les deux dernières questions graphiquement.

