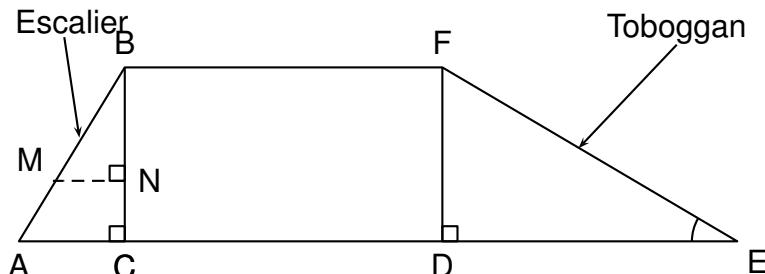


Les trois parties de cet exercice sont indépendantes et peuvent être traitées séparément.

Une famille souhaite installer dans son jardin une cabane.

La partie inférieure de cette cabane est modélisée par le rectangle BCDF:



On précise que:

- $AB = 1,3 \text{ m}$;
- $AC = 0,5 \text{ m}$;
- $BC = DF = 1,2 \text{ m}$;
- $DE = 2,04 \text{ m}$;
- Les triangles ABC , BMN et FDE sont rectangles.

Partie A: Étude du toboggan

1. Pour que le toboggan soit sécurisé, il faut que l'angle \widehat{DEF} mesure 30° , au degré près.
Le toboggan de cette cabane est-il sécurisé ?
2. Montrer que la rampe du toboggan, EF , mesure environ $2,37 \text{ m}$.

Partie B : Étude de l'échelle

Pour consolider l'échelle, on souhaite ajouter une poutre supplémentaire $[MN]$, comme indiqué sur le modèle.

1. Démontrer que les droites (AC) et (MN) sont parallèles.
2. On positionne cette poutre $[MN]$ telle que $BN = 0,84 \text{ m}$. Calculer sa longueur MN .

Partie C : Étude du bac à sable

Un bac à sable est installé sous la cabane. Il s'agit d'un pavé droit dont les dimensions sont :

- Longueur : 200 cm
- Largeur : 180 cm
- Hauteur : 20 cm

1. Calculer le volume de ce bac à sable en cm^3 .
2. On admet que le volume du bac à sable est de $0,72 \text{ m}^3$.

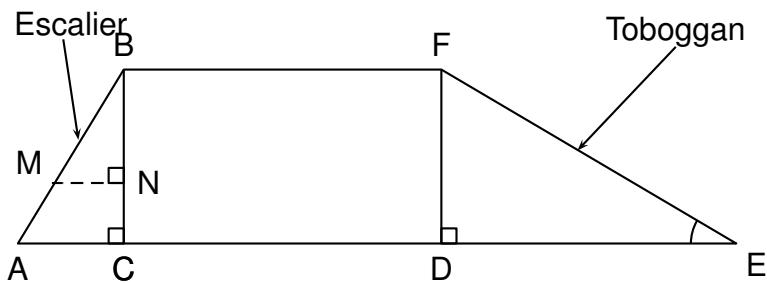
On remplit entièrement ce bac avec un mélange de sable à maçonner et de sable fin dans le ratio $3 : 2$.

Vérifier que le volume nécessaire de sable à maçonner est de $0,432 \text{ m}^3$ et que celui de sable fin est de $0,288 \text{ m}^3$.

3. Un magasin propose à l'achat le sable à maçonner et le sable fin, vendus en sac. D'après les indications ci-dessous, quel est le coût total du sable nécessaire pour remplir entièrement ce bac à sable sachant qu'on ne peut acheter que des sacs entiers ?

Un sac de sable à maçonner:	Un sac de sable fin:
Poids : 35 kg	Poids : 25 kg
Volume : 0,022 m ³	Volume : 0,016 m ³
Prix : 2,95 €	Prix : 5,95 €

Correction



On précise que:

- $AB = 1,3 \text{ m}$;
- $AC = 0,5 \text{ m}$;
- $BC = DF = 1,2 \text{ m}$;
- $DE = 2,04 \text{ m}$;
- Les triangles ABC , BMN et FDE sont rectangles.

Partie A: Étude du toboggan

$$1. \text{ On a } \tan \widehat{DEF} = \frac{DF}{DE} = \frac{1,2}{2,04} \approx 0,588.$$

La calculatrice donne $\widehat{DEF} \approx 30,4$, soit 30 à l'unité près : le toboggan est sécurisé.

2. Dans le triangle DEF rectangle en D le théorème de Pythagore donne :

$$EF^2 = ED^2 + DF^2 = 1,2^2 + 2,04^2 = 5,601,6, \text{ d'où :}$$

$$EF = \sqrt{5,601,6} \approx 2,366 \approx 2,37 \text{ au centième près.}$$

Partie B : Étude de l'échelle

1. On sait que (MN) et (AC) sont perpendiculaires à (BC) , or, lorsque deux droites sont perpendiculaires à une même droite, elles sont parallèles, on en déduit que (MN) et (AC) sont parallèles.

2. D'après le théorème de Thalès : $\frac{BN}{BC} = \frac{MN}{AC}$, soit $\frac{0,84}{1,2} = \frac{MN}{0,5}$, d'où $MN = 0,5 \times \frac{0,84}{1,2} : \frac{0,42}{1,2} = 0,35$ (m).

Partie C : Étude du bac à sable

Un bac à sable est installé sous la cabane. Il s'agit d'un pavé droit dont les dimensions sont :

- Longueur : 200 cm
- Largeur : 180 cm
- Hauteur : 20 cm

1. On a $V = 200 \times 180 \times 20 = 720,000$ (cm^3)

2. En divisant le volume en 5 parties le sable à maçonner en occupe 3, soit :

$$0,72 \times \frac{3}{5} = 0,72 \times 0,6 = 0,432$$
 (m^3).

Par différence ou en calculant les $\frac{2}{5}$ du volume total, le volume du sable fin est :

$$0,72 - 0,432 = 0,72 \times \frac{2}{5} = 0,72 \times 0,4 = 0,288$$
 (m^3).

3. On a $\frac{0,432}{0,022} \approx 19,6$: il faut donc acheter 20 sacs de sable à maçonner et comme $\frac{0,288}{0,016} = 18$: il faut donc acheter 18 sacs de sable fin.

Le coût d'achat du sable est donc :

$$20 \times 2,95 + 18 \times 5,95 = 59 + 107,10 = 166,10$$
 (€).