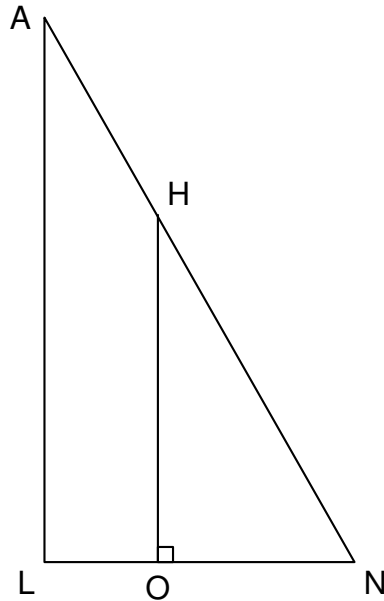


Cette figure n'est pas à l'échelle.

On considère la figure ci-contre. On donne les mesures suivantes:

- $AN = 13$ cm
- $LN = 5$ cm
- $AL = 12$ cm
- $ON = 3$ cm
- O appartient au segment $[LN]$
- H appartient au segment $[NA]$



1. Montrer que le triangle LNA est rectangle en L.
2. Montrer que la longueur OH est égale à 7,2 cm.
3. Calculer la mesure de l'angle \widehat{LNA} . Donner une valeur approchée à l'unité près.
4. Pourquoi les triangles LNA et ONH sont-ils semblables ?
5. (a) Quelle est l'aire du quadrilatère LOHA ?
(b) Quelle proportion de l'aire du triangle LNA représente l'aire du quadrilatère LOHA ?

Correction

1. $AN^2 = 13^2 = 169$.

$$LN^2 + AL^2 = 5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169$$

donc $AN^2 = LN^2 + AL^2$.

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle LNA est bien rectangle en L .

2. D'après la question précédente, $(AL) \perp (LN)$.

D'après le codage de l'énoncé, $(HO) \perp (LN)$.

Donc les droites (AL) et (HO) perpendiculaires à une même droite, sont parallèles. D'autre part

Les points N, H, A et N, O, L sont alignés.

Les droites (AL) et (HO) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès

$$\frac{NO}{NL} = \frac{NH}{NA} = \frac{OH}{AL} \quad \text{soit} \quad \frac{3}{5} = \frac{NH}{13} = \frac{OH}{12} = \frac{3}{5} = \frac{6}{10}, \text{ d'où } OH = \frac{12 \times 6}{10} = \frac{72}{10} = 7,2 \text{ (cm)}.$$

3. Dans le triangle LNA rectangle en L , $\cos(\widehat{LNA}) = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}} = \frac{LN}{AN} = \frac{5}{13}$.

La calculatrice donne avec la fonction inverse de la fonction cosinus : $\widehat{LNA} \approx 67$.

4. L'angle \widehat{LNA} est un angle commun aux deux triangles.

$$\widehat{HON} = \widehat{ALN} = 90 \text{ degrés.}$$

Donc les triangles LNA et OHN ont deux paires d'angles de même mesures, donc ils sont semblables.

5. (a) On calcule les différentes aires :

$$A_{LNA} = \frac{5 \times 12}{2} = 30 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

$$A_{OHN} = \frac{3 \times 7,2}{2} = 10,8 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

$$A_{LOHA} = A_{LNA} - A_{OHN} = 19,2 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

$$(b) \frac{A_{LOHA}}{A_{LAN}} = \frac{19,2}{30} = 0,64 = \frac{64}{100}.$$

La proportion est donc $\frac{64}{100}$.