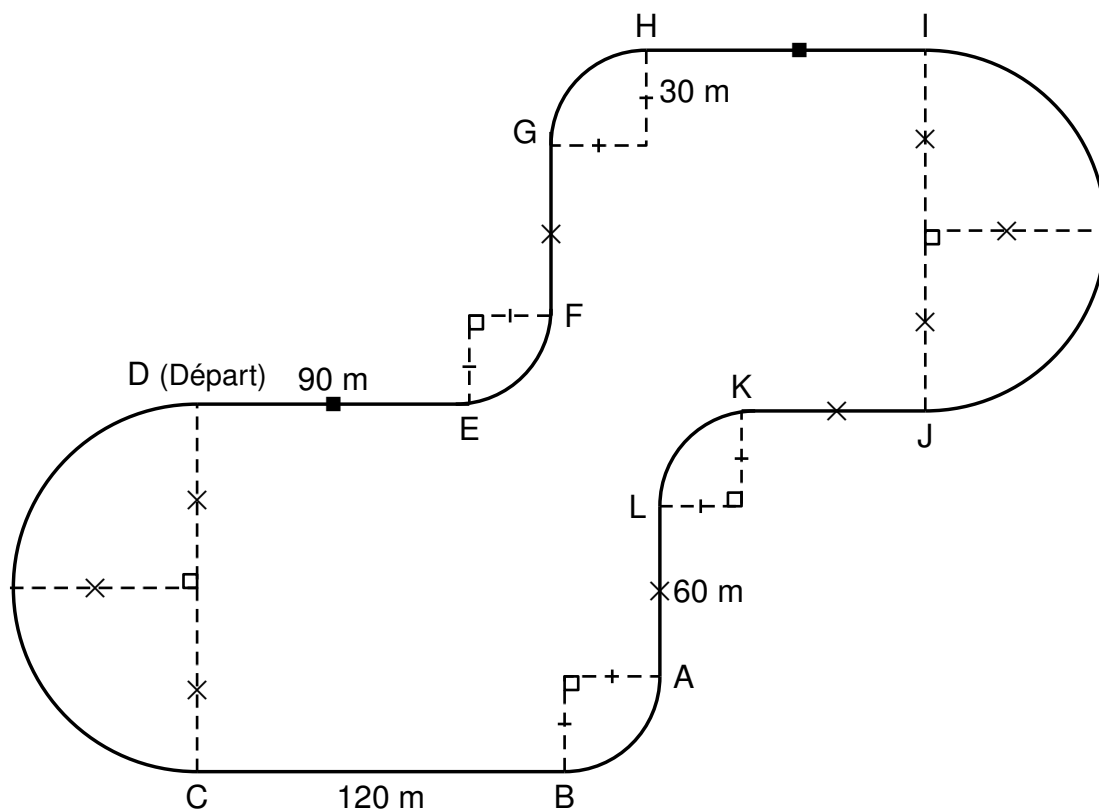


Un professionnel et un amateur vont faire une séance de karting sur la piste ci-dessous (représentée en traits pleins).

Cette piste est constituée de segments, de demi-cercles et de quarts de cercles.

Le professionnel fait un tour de piste en 60 secondes.

L'amateur fait un tour de piste en 72 secondes.



- Montrer que la longueur de la piste est de 1,045 m, arrondie à l'unité près.
Toute trace de recherche sera valorisée.
- Calculer la vitesse moyenne du professionnel en m/s. On arrondira au centième près.
- Pour des raisons de sécurité sur ce circuit, les amateurs ne doivent pas dépasser les 60 km/h de moyenne. Cet amateur respecte-t-il les règles de sécurité ?
- Le professionnel et l'amateur partent en même temps de la ligne de départ et font plusieurs tours de circuit.

On rappelle que le professionnel effectue un tour en 60 s et l'amateur en 72 s.

- Décomposer 60 et 72 en produit de facteurs premiers.
- Au bout de combien de temps se retrouveront-ils pour la première fois sur la ligne de départ ensemble ?
- Combien auront-ils alors effectué de tours chacun ?

Correction

1. • Les parties rectilignes : six segments, [CB], [AL], [KJ], [IH], [GF] et [ED] d'une longueur de :
 $120 + 60 + 60 + 90 + 60 + 90 = 480$ (m).
 • Les parties en arc de cercle :
 – deux demi-cercles de rayon 60, soit un cercle de rayon 60, de longueur $2 \times \pi \times 60 = 120\pi$ (m) ;
 – quatre quarts de cercle de rayon 30 (m), soit un cercle de rayon 30, d'où une longueur de $2 \times \pi \times 30 = 60\pi$ (m).
 La longueur totale de la piste est donc égale à : $480 + 120\pi + 60\pi = 480 + 180\pi \approx 480 + 565,487 \approx 1,045.49$, soit 1,045 (m) à l'unité près.
2. 1,045 m en 72 s représente une vitesse moyenne de $\frac{1,045}{72} \approx 17,42$ (m/s)
3. En 1 heure il parcourt donc $\frac{1,045}{72} \times 3,600 = 52,250$ (m/h) soit 52,25 (km/h) : il respecte les règles de sécurité.
4. On rappelle que le professionnel effectue un tour en 60 s et l'amateur en 72 s.
 - (a) $60 = 6 \times 10 = 2 \times 3 \times 2 \times 5 = 2^2 \times 3 \times 5$.
 $72 = 6 \times 12 = 8 \times 9 = 2^3 \times 3^2$.
 - (b) Ils se retrouveront ensemble au bout d'un nombre de secondes multiple commun à 60 et 72 ; le plus petit multiple commun à 60 et 72 contient tous leurs facteurs premiers soit $2^3 \times 3^2 \times 5 = 72 \times 5 = 360$ (s) soit $\frac{360}{60} = 6$ (min).
 - (c) Au bout de 6 min = 360 s le professionnel aura fait $\frac{360}{60} = 6$ (tours) et l'amateur $\frac{360}{72} = 5$ (tours).