

José, un agriculteur vivant dans la commune du Mont-Dore, veut préparer des paniers de légumes bio pour ses clients.

Il a déjà récolté 39 salades, 78 carottes et 51 aubergines.

Il veut que tous les paniers aient la même composition et utiliser tous les légumes.

La décomposition de 39 en produit de facteurs premiers est :  $3 \times 13$ .

1. (a) Décomposer en facteurs premiers les nombres 78 et 51.  
(b) En déduire le nombre de paniers maximum que José peut préparer.  
(c) Combien de salades, de carottes et d'aubergines y aurait-il dans chaque panier?

Finalement, José décide de préparer 13 paniers.

2. (a) Combien d'aubergines ne seront pas utilisées? Justifier votre réponse.  
(b) Combien doit-il cueillir au minimum d'aubergines supplémentaires pour pouvoir toutes les utiliser ?

José souhaite que ses 13 paniers contiennent également des tomates.

Il estime qu'il en a entre 110 et 125 prêtes à être récoltées.

3. Combien doit-il en cueillir au maximum pour éviter les pertes et pour que chaque panier ait toujours la même composition ?

**Toute trace de recherche, même non aboutie, sera prise en compte.**

## Correction

1. (a) • De même que  $39 = 3 \times 13$ , on a  $78 = 60 + 18 = 6 \times 10 + 6 \times 3 = 6 \times (10 + 3) = 6 \times 13 = 2 \times 3 \times 13$  ;  
 •  $51 = 30 + 21 = 3 \times 10 + 3 \times 7 = 3 \times (10 + 7) = 3 \times 17$ .  
 (b) On a donc  $\begin{cases} 39 = 3 \times 13 \\ 78 = 3 \times 26 \\ 51 = 3 \times 17 \end{cases}$   
 On peut donc faire 3 paniers identiques.  
 (c) Il suffit de relever les seconds facteurs de chaque produit pour trouver que chacun des 3 paniers sera composé de 13 salades, 26 carottes et 17 aubergines.

Finalement, José décide de préparer 13 paniers.

2. (a) On a :  $\begin{cases} 39 = 13 \times 3 \\ 78 = 13 \times 6 \\ 51 = 13 \times 3 + 12 \end{cases}$   
 Chacun des 13 paniers aura 3 salades, 6 carottes et 3 aubergines. Resterons 12 aubergines.  
 (b) Avec 1 aubergine de plus, on aura  $52 = 13 \times 4$  : chacun des 13 paniers aura 4 aubergines.

3. On écrit les multiples de 13 aux environs de 110 et 125 :

$110 < 117 = 13 \times 9 < 125 < 130 = 13 \times 10$  : le seul multiple de 13 entre 110 et 125 est  $117 = 13 \times 9$  ; si l'on récolte 117 tomates, on pourra en mettre exactement 9 dans chacun des 13 paniers.