Un digicode commande l'ouverture de la porte d'entrée de la maison de la grand-mère de Léna.

Léna a oublié le code. Elle sait qu'il est composé d'une lettre A, B, ou C, suivie d'un chiffre compris entre 0 et 9.

1. Proposer deux codes différents que Léna peut tester.
2. Quelle est la probabilité que la grand-mère de Léna ait choisi la lettre C dans son code ?
3. Montrer que la probabilité que la grand-mère de Léna ait choisi le chiffre 7 dans son code est $\frac{1}{10}$.
4. Léna se souvient que sa grand-mère, enseignante de mathématiques à la retraite, aime bien les nombres premiers. Quelle est la probabilité que le code choisi par sa grand-mère comporte un nombre premier ?
5. (a) Léna décide de tester tous les codes possibles. Elle estime qu'il lui faut 5 secondes pour essayer un code. Réussira-t-elle à ouvrir la porte de la maison en moins de 3 minutes?

   (b) Le format de ce code garantit-il la sécurité de la maison? Comment pourrait-on améliorer ce système de code?
6. Chaque fois qu'un utilisateur saisit un code, un programme lui annonce si le code est correct ou faux. Le programme utilisé est noté ci-dessous.

```
quand [drapeau] est cliqué
demander (Saisir une lettre parmi A, B et C) et attendre
mettre [lettre saisie] à (réponse)
demander (Saisir un nombre entre 0 et 9) et attendre
mettre [chiffre saisi] à (réponse)
si <(lettre saisie) = (B) et (chiffre saisi) = (7)> alors
    dire (Code correct) pendant (2) secondes
sinon
    dire (Code faux) pendant (2) secondes
```

   (a) Léna saisit le code B5. Qu'affiche le programme ?

   (b) D'après ce programme, quel est le code qui permet d'entrer dans l'immeuble de la grand-mère de Léna ?

Correction

1. B3 ou C9 sont des codes possibles
2. On peut choisir entre 3 lettres puis entre 10 chiffres : il y a donc $3 \times 10 = 30$ codes possibles différents.

   Il y a 10 codes commençant par C : la probabilité que le code commence par la lettre C est donc : $\dfrac{10}{30} = \dfrac{1}{3}$.
3. Il y a trois codes se finissant par 7 : A7, B7 et C7.

   La probabilité que le code se finisse par 7 est égale à $\dfrac{3}{30} = \dfrac{1}{10} = 0,1$.
4. 2, 3, 5 et 7 sont premiers : il y a 3 codes finissant par l'un de ces 4 nombres, soit $\times 4 = 12$ codes contenant un nombre premier.

   La probabilité que le code contienne un nombre premier est donc égale à $\dfrac{12}{30} = \dfrac{6 \times 2}{6 \times 5} = \dfrac{2}{5} = \dfrac{4}{10} = 0,4$.
5. (a) Avec 30 codes différents il lui faudra au maximum : $30 \times 5 = 150$ s soit $120 + 30$ s ou 2 min 30 s, donc en moins de 3 min.

   (b) N'importe qui peut trouver le code en 2 min 30 s maximum : c'est insuffisant.

   En prenant l'une des 26 lettres de l'alphabet, il faudra $26 \times 5 \times 3 = 390$ s soit 6 min 30 s soit en plus de deux fois plus de temps.
6. (a) B5 n'est pas le code attendu ; le programme affiche Code faux.

   (b) Le code attendu est B7.