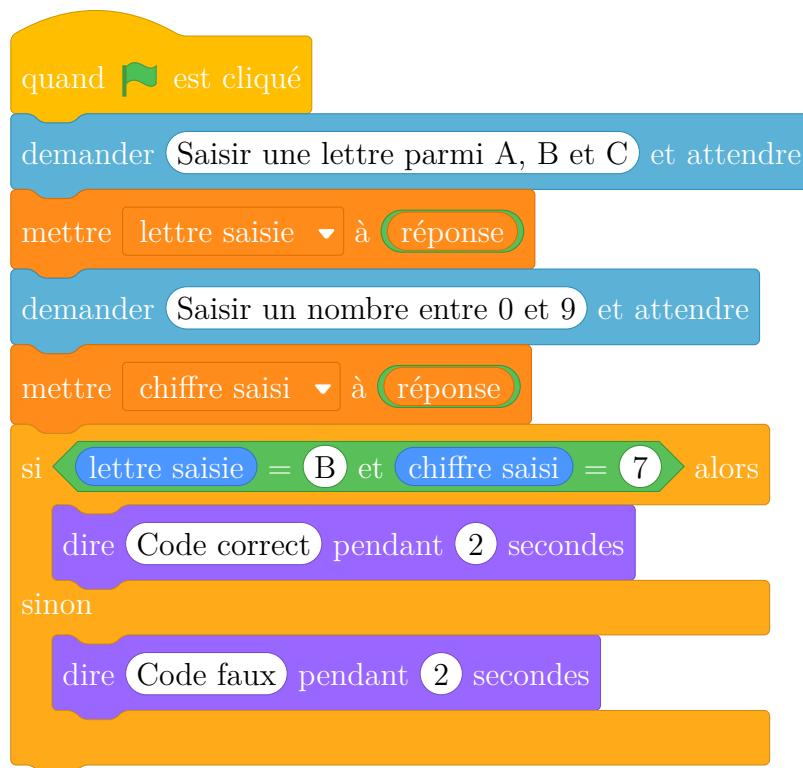


Un digicode commande l'ouverture de la porte d'entrée de la maison de la grand-mère de Léna. Léna a oublié le code. Elle sait qu'il est composé d'une lettre A, B, ou C, suivie d'un chiffre compris entre 0 et 9.

1. Proposer deux codes différents que Léna peut tester.
2. Quelle est la probabilité que la grand-mère de Léna ait choisi la lettre C dans son code ?
3. Montrer que la probabilité que la grand-mère de Léna ait choisi le chiffre 7 dans son code est $\frac{1}{10}$.
4. Léna se souvient que sa grand-mère, enseignante de mathématiques à la retraite, aime bien les nombres premiers. Quelle est la probabilité que le code choisi par sa grand-mère comporte un nombre premier ?
5. (a) Léna décide de tester tous les codes possibles. Elle estime qu'il lui faut 5 secondes pour essayer un code. Réussira-t-elle à ouvrir la porte de la maison en moins de 3 minutes ?
(b) Le format de ce code garantit-il la sécurité de la maison? Comment pourrait-on améliorer ce système de code?
6. Chaque fois qu'un utilisateur saisit un code, un programme lui annonce si le code est correct ou faux. Le programme utilisé est noté ci-dessous.



- (a) Léna saisit le code B5. Qu'affiche le programme ?
- (b) D'après ce programme, quel est le code qui permet d'entrer dans l'immeuble de la grand-mère de Léna ?

Correction

1. B3 ou C9 sont des codes possibles

2. On peut choisir entre 3 lettres puis entre 10 chiffres : il y a donc $3 \times 10 = 30$ codes possibles différents.

Il y a 10 codes commençant par C : la probabilité que le code commence par la lettre C est donc :
 $\frac{10}{30} = \frac{1}{3}$.

3. Il y a trois codes se finissant par 7 : A7, B7 et C7.

La probabilité que le code se finisse par 7 est égale à $\frac{3}{30} = \frac{1}{10} = 0,1$.

4. 2, 3, 5 et 7 sont premiers : il y a 3 codes finissant par l'un de ces 4 nombres, soit $\times 4 = 12$ codes contenant un nombre premier.

La probabilité que le code contienne un nombre premier est donc égale à $\frac{12}{30} = \frac{6 \times 2}{6 \times 5} = \frac{2}{5} = \frac{4}{10} = 0,4$.

5. (a) Avec 30 codes différents il lui faudra au maximum : $30 \times 5 = 150$ s soit $120 + 30$ s ou 2 min 30 s, donc en moins de 3 min.

(b) N'importe qui peut trouver le code en 2 min 30 s maximum : c'est insuffisant.

En prenant l'une des 26 lettres de l'alphabet, il faudra $26 \times 5 \times 3 = 390$ s soit 6 min 30 s soit en plus de deux fois plus de temps.

6. (a) B5 n'est pas le code attendu ; le programme affiche Code faux.

(b) Le code attendu est B7.