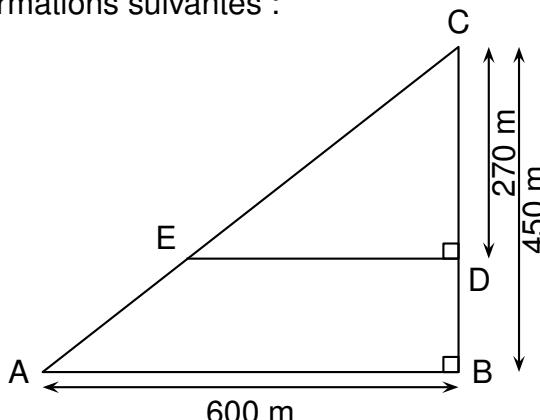


Un agriculteur souhaite cultiver un champ représenté par le triangle ABC ci-contre. Sur la figure qui n'est pas à l'échelle, on a les informations suivantes :

- le triangle ABC est rectangle en B ;
- les points C, E et A sont alignés ;
- les points C, D et B sont alignés ;
- $AB = 600 \text{ m}$; $BC = 450 \text{ m}$; $CD = 270 \text{ m}$.

Les parties A et B sont indépendantes



Partie A : étude géométrique du terrain

1. Montrer que le segment [AC] mesure 750 mètres.
2. (a) Montrer que les droites (ED) et (AB) sont parallèles.
 (b) Montrer que le segment [DE] mesure 360 mètres.
3. Montrer que l'aire du triangle CDE est $48,600 \text{ m}^2$.

Partie B : étude du prix du mélange de graines

L'agriculteur souhaite semer un mélange de graines (blé, seigle et pois) en respectant les indications suivantes.

Indication 1 : prix au kilo pour chaque type de graine

- Blé: 1,40 €/kg
- Seigle: 1,30 €/kg
- Pois: 2,10 €/kg

Indication 2 : répartition du type de graines pour une surface de $10,000 \text{ m}^2$

- Blé : 80 kg
- Seigle : 60 kg
- Pois: 50 kg

1. Un vendeur lui propose des sacs contenant un mélange de blé, seigle, et pois selon le ratio 16 : 12 : 8. Montrer que la composition de ce sac ne respecte pas l'indication 2.

2. L'agriculteur souhaite semer le mélange de graines sur la partie du champ représentée par le triangle CDE dont l'aire mesure $48,600 \text{ m}^2$. Il a calculé qu'il doit prévoir 388,80 kg de blé pour respecter la répartition indiquée dans l'énoncé.

Justifier le calcul de l'agriculteur.

3. L'agriculteur dispose d'un budget de 1,500 € pour semer le mélange de graines sur la totalité des $48,600 \text{ m}^2$ de terrain.

Il a calculé qu'il doit acheter 388,80 kg de blé, 291,6 kg de seigle et 243 kg de pois pour respecter la répartition indiquée dans l'énoncé.

L'agriculteur dispose-t-il d'un budget suffisant?

Correction

Partie A

1. Dans le triangle ABC rectangle en B, le théorème de Pythagore permet d'écrire $AC^2 = AB^2 + BC^2 = 600^2 + 450^2 = 360,000 + 202,500 = 562,500 = 750^2$, d'où $AC = 750$ (m).
2. (a) Les droites (DE) et (AB) étant perpendiculaires à la même droite (BC) sont parallèles.

(b) D'après le résultat précédent et les points A, E d'une part, B, D, C de l'autre sont alignés : le théorème de Thalès permet d'écrire l'égalité des rapports :

$$\frac{CD}{CB} = \frac{CE}{CA} = \frac{ED}{AB}.$$

En particulier $\frac{CD}{CB} = \frac{ED}{AB}$ soit $\frac{270}{450} = \frac{ED}{600}$.

$$\text{Or } \frac{270}{450} = \frac{90 \times 3}{90 \times 5} = \frac{3}{5}.$$

Ob a donc $\frac{3}{5} = \frac{ED}{600}$, d'où en multipliant par 600 :

$$ED = \frac{3}{5} \times 600 = \frac{3 \times 5120}{5} = 3 \times 120 = 360 \text{ (m).}$$

3. L'aire du triangle CDE est égale à $\frac{DE \times DC}{2} = \frac{360 \times 270}{2} = 180 \times 270 = 48,600 \text{ (m}^2\text{).}$

Partie B

1. On a $\frac{80}{16} = 5$, $\frac{60}{12} = 5$ et $\frac{50}{8} = 6,25$: le ratio n'est pas respecté.

2. Il faut 80 kg de blé pour 10,000 m², soit $\frac{80}{10,000}$ kg pour 1 m² et enfin

$$\frac{80}{10,000} \times 48,600 = 80 \times 4,86 = 388,8 \text{ (kg) pour le terrain CDE.}$$

3. Pour le seigle il aura besoin de la même façon de : $\frac{60}{10,000} \times 48,600 = 60 \times 4,86 = 291,6$ (kg)

Pour les pois il lui faudra acheter : $\frac{50}{10,000} \times 48,600 = 50 \times 4,86 = 243$ (kg).

Tout ceci lui coûtera :

$388,8 \times 1,4 + 291,6 \times 1,3 + 243 \times 2,1 = 1,433.7$, soit 1,433.70 €: son budget est suffisant.