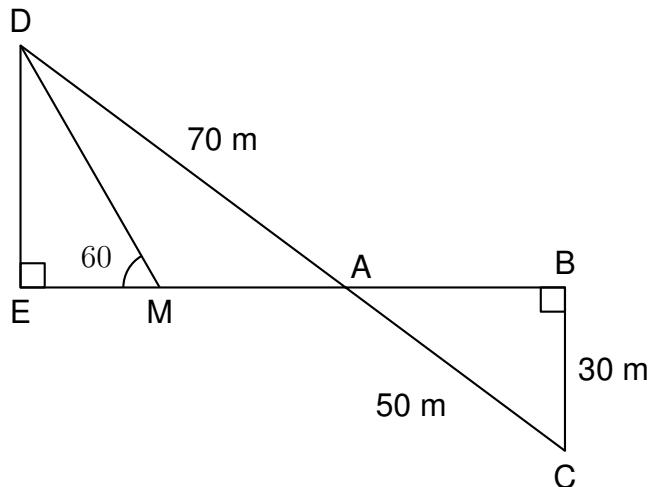


La figure ci-dessous n'est pas en vraie grandeur.



On a les données suivantes:

- Les points A, B, E et M sont alignés
 - Les points A, C et D sont alignés
 - ADE est un triangle rectangle en E
 - ABC est un triangle rectangle en B
 - $AD = 70 \text{ m}$
 - $BC = 30 \text{ m}$
 - $AC = 50 \text{ m}$
 - $\widehat{DME} = 60$
1. Calculer la longueur AB.
 2. Montrer que les droites (DE) et (BC) sont parallèles.
 3. Montrer que la longueur DE est égale à 42 m.
 4. Montrer que la longueur EM est environ égale à 24,2 m.
 5. En déduire l'aire du triangle AMD.

Correction

1. Dans le triangle ABC rectangle en B, le théorème de Pythagore permet d'écrire :

$$AC^2 = AB^2 + BC^2, \text{ soit } 50^2 = AB^2 + 40^2, \text{ d'où}$$

$$AB^2 = 50^2 - 30^2 = (50 + 30)(50 - 30) = 80 \times 20 = 1,600 = 40^2.$$

Conclusion $AB = 40$ (m).

2. Les droites (DE) et (BC) sont parallèles car elles sont perpendiculaires à la droite (AB)

3. • Les points B, A et E sont alignés ;

• Les points C, A et D sont alignés ;

• Les droites (DE) et (BC) sont parallèles ;

On a donc une configuration de Thalès qui permet d'écrire :

$$\frac{AB}{AE} = \frac{BC}{DE} = \frac{AC}{AD}.$$

$$\text{En particulier } \frac{AB}{AE} = \frac{BC}{DE} \text{ soit } \frac{50}{70} = \frac{30}{DE}, \text{ d'où } 50DE = 30 \times 70, \text{ soit } DE = \frac{30 \times 70}{50} = 42 \text{ (m).}$$

4. Le triangle DME rectangle en E.

$$\tan(\widehat{DME}) = \frac{DE}{EM}$$

$$\tan(60^\circ) = \frac{42}{EM}$$

$$EM = 42 \times \tan(60^\circ) \approx 24,2 \text{ (m)}$$

5. L'aire du triangle DME est donc égale à :

$$\mathcal{A}(DME) = \frac{DE \times EM}{2} = \frac{42 \times \frac{42}{\sqrt{3}}}{2} \approx 509,3 \text{ (m}^2\text{).}$$

En reprenant les égalités de Thalès on a $\frac{AB}{AE} = \frac{BC}{DE}$, soit $\frac{40}{AE} = \frac{30}{42}$,

d'où $30AE = 40 \times 42$ et $AE = \frac{40 \times 42}{30} = 56$ (m).

L'aire du triangle ADE est donc égale à :

$$\mathcal{A}(ADE) = \frac{AE \times DE}{2} = \frac{42 \times 56}{2} = 21 \times 56 = 1,176 \text{ (m}^2\text{)}.$$

Finalement $\mathcal{A}(DME) = \mathcal{A}(ADE) - \mathcal{A}(DME) \approx 1,176 - 509,2$, soit $\mathcal{A}(DME) \approx 666,8 \text{ (m}^2\text{)}.$