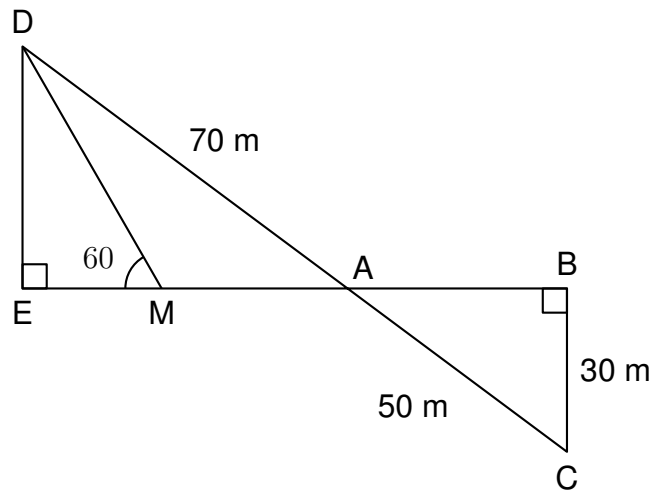


La figure ci-dessous n'est pas en vraie grandeur.



On a les données suivantes:

- Les points A, B, E et M sont alignés
- Les points A, C et D sont alignés
- ADE est un triangle rectangle en E
- ABC est un triangle rectangle en B
- $AD = 70$ m
- $BC = 30$ m
- $AC = 50$ m
- $\widehat{DME} = 60$

1. Calculer la longueur AB.
2. Montrer que les droites (DE) et (BC) sont parallèles.
3. Montrer que la longueur DE est égale à 42 m.
4. Montrer que la longueur EM est environ égale à 24,2 m.
5. En déduire l'aire du triangle AMD.

Correction

1. Dans le triangle ABC rectangle en B, le théorème de Pythagore permet d'écrire :

$$AC^2 = AB^2 + BC^2, \text{ soit } 50^2 = AB^2 + 40^2, \text{ d'où}$$

$$AB^2 = 50^2 - 40^2 = (50 + 40)(50 - 40) = 90 \times 10 = 900 = 30^2.$$

Conclusion $AB = 30$ (m).

2. Les droites (DE) et (BC) sont parallèles car elles sont perpendiculaires à la droite (AB)

3. • Les points B, A et E sont alignés ;
• Les points C, A et D sont alignés ;
• Les droites (DE) et (BC) sont parallèles ;

On a donc une configuration de Thalès qui permet d'écrire :

$$\frac{AB}{AE} = \frac{BC}{DE} = \frac{AC}{AD}.$$

En particulier $\frac{AB}{AE} = \frac{BC}{DE}$ soit $\frac{30}{70} = \frac{40}{DE}$, d'où $30DE = 40 \times 70$, soit $DE = \frac{40 \times 70}{30} = \frac{280}{3} \approx 93,3$ (m).

4. Le triangle DME rectangle en E.

$$\tan(\widehat{DME}) = \frac{DE}{EM}$$

$$\tan(60^\circ) = \frac{42}{EM}$$

$$EM = 42 \times \tan(60^\circ) \approx 72,7 \text{ (m)}$$

5. L'aire du triangle DME est donc égale à :

$$\mathcal{A}(\text{DME}) = \frac{DE \times EM}{2} = \frac{42 \times \frac{42}{\sqrt{3}}}{2} \approx 509,3 \text{ (m}^2\text{)}.$$

En reprenant les égalités de Thalès on a $\frac{AB}{AE} = \frac{BC}{DE}$, soit $\frac{30}{70} = \frac{40}{DE}$,

d'où $30AE = 40 \times 42$ et $AE = \frac{40 \times 42}{30} = 56$ (m).

L'aire du triangle ADE est donc égale à :

$$\mathcal{A}(\text{ADE}) = \frac{AE \times DE}{2} = \frac{42 \times 56}{2} = 21 \times 56 = 1,176 \text{ (m}^2\text{)}.$$

Finalement $\mathcal{A}(\text{DME}) = \mathcal{A}(\text{ADE}) - \mathcal{A}(\text{DME}) \approx 1,176 - 509,2$, soit $\mathcal{A}(\text{DME}) \approx 666,8 \text{ (m}^2\text{)}.$