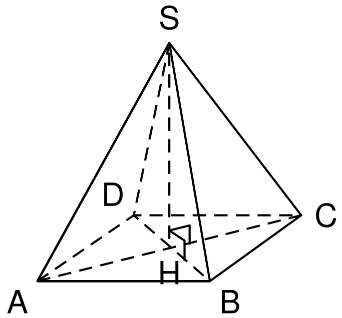
Une pyramide régulière de sommet S a pour base le carré ABCD telle que son volume V est égal à 108 cm^3.
Sa hauteur [SH] mesure 9 cm.
Le volume d'une pyramide est donné par la relation :
Volume d'une pyramide $= \dfrac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}$.



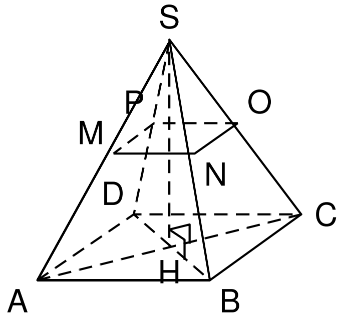
1. Vérifier que l'aire de ABCD est bien 36 cm^2.

   En déduire la valeur de AB.

   Montrer que le périmètre du triangle ABC est égal à $12 + 6\sqrt{2}$ cm.

2. SMNOP est une réduction de la pyramide SABCD.

   On obtient alors la pyramide SMNOP telle que l'aire du carré MNOP soit égale à 4 cm^2.

   (a) Calculer le volume de la pyramide SMNOP.

   (b) **Pour cette question toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte dans l'évaluation.**
   Elise pense que pour obtenir le périmètre du triangle MNO, il suffit de diviser le périmètre du triangle ABC par 3.
   Êtes-vous d'accord avec elle ?

Correction

1. On a donc $108 = \dfrac{\mathcal{A} \times 9}{3}$ soit $\mathcal{A} = \dfrac{108}{3} = 36$ cm^2.

   36 est le carré de 6, donc AB = 6 cm. ABC est un triangle rectangle en B ; le théorème de Pythagore montre que :

   AC$^2 = 6^2 + 6^2 = 2 \times 6^2$, donc AC $= 6\sqrt{2}$.

   Le périmètre de ABC est donc égal à : $6 + 6 + 6\sqrt{2} = 12 + 6\sqrt{2}$ (cm).

2. (a) On a $\dfrac{\text{aire(ABCD)}}{\text{aire(MNOP)}} = \dfrac{36}{4} = 9 = 3^2$. Donc le rapport de réduction est $\dfrac{1}{3}$. La hauteur de la pyramide SMNOP mesure donc $\dfrac{9}{3} = 3$ cm.

   Son volume est égal à $\dfrac{4 \times 3}{3} = 4$ cm^3.

   (b) Oui le coefficient de réduction étant de $\dfrac{1}{3}$ il faut diviser les dimensions par 3. Le périmètre de MNO est donc égal à $\dfrac{12 + 6\sqrt{2}}{3} = 4 + 2\sqrt{2}$.