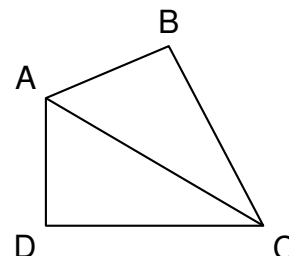


Jean-Michel est propriétaire d'un champ, représenté par le triangle ABC ci-dessous. Il achète à son voisin le champ adjacent, représenté par le triangle ADC. On obtient ainsi un nouveau champ formé par le quadrilatère ABCD.

Jean Michel sait que le périmètre de son champ ABC est de 154 mètres et que $BC = 56$ m.

Son voisin l'informe que le périmètre du champ ADC est de 144 mètres et que $AC = 65$ m.

De plus, il sait que $AD = 16$ m.



- Justifier que les longueurs AB et DC sont respectivement égales à 33 m et 63 m.
 - Calculer le périmètre du champ ABCD.
- Démontrer que le triangle ADC est rectangle en D.
On admet que le triangle ABC est rectangle en B.
- Calculer l'aire du champ ABCD.
- Jean-Michel veut clôturer son champ avec du grillage. Il se rend chez son commerçant habituel et tombe sur l'annonce suivante:

Grillage : 0,85 € par mètre

Combien va-t-il payer pour clôturer son champ?

Correction

1. (a) On a $AB + BC + CA = 154$ soit $AB + 56 + 65 = 154$, d'où $AB = 154 - 121 = 33$ m.
De même $AD + DC + CA = 144$ soit $16 + DC + 65 = 144$, d'où $DC = 144 - 81 = 63$ m.
(b) Le périmètre du champ ABCD est égal à $AB + BC + CD + DA = 33 + 56 + 63 + 16 = 168$ m.
2. On a $AD^2 + DC^2 = 16^2 + 63^2 = 256 + 3,969 = 4,225$.
D'autre part $AC^2 = 65^2 = 4,225$.
On a donc $AD^2 + DC^2 = AC^2$ ce qui signifie d'après la réciproque de Pythagore que le triangle ADC est rectangle en D.
3. On a $\mathcal{A}(ABC) = \frac{1}{2} \times AB \times BC = \frac{33 \times 56}{2} = 33 \times 28 = 924$.
De même $\mathcal{A}(ADC) = \frac{1}{2} \times AD \times DC = \frac{16 \times 63}{2} = 63 \times 8 = 504$.
Donc $\mathcal{A}(ABCD) = 924 + 504 = 1,428 \text{ m}^2$.
4. Il doit payer au moins : $168 \times 0,85 = 142,80 \text{ €}$.