

Un pâtissier a préparé 840 financiers* et 1,176 macarons*. Il souhaite faire des lots, tous identiques, en mélangeant financiers et macarons. Il veut utiliser tous les financiers et tous les macarons.

1. (a) Sans faire de calcul, expliquer pourquoi les nombres 840 et 1,176 ne sont pas premiers entre eux.
(b) Le pâtissier peut-il faire 21 lots? Si oui, calculer le nombre de financiers et le nombre de macarons dans chaque lot.
(c) Quel est le nombre maximum de lots qu'il peut faire? Quelle sera alors la composition de chacun des lots?
2. Cette année, chaque lot de 5 financiers et 7 macarons est vendu 22,40 €.

L'année dernière, les lots, composés de 8 financiers et de 14 macarons étaient vendus 42 €.

Sachant qu'aucun prix n'a changé entre les deux années, calculer le prix d'un financier et d'un macaron.

* Les financiers et les macarons sont des pâtisseries.

Correction

1. (a) 840 et 1,176 sont pairs ayant tous les deux pour diviseur 2, ils ne sont pas premiers entre eux.

(b) On a $\frac{840}{21} = 40$ et $\frac{1,176}{21} = 46$.

On peut faire 21 lots de 40 financiers et 46 macarons.

(c) D'après la question précédente 40 et 46 sont divisibles par 2, donc $\frac{840}{42} = 20$ et $\frac{1,176}{42} = 23$ et 20 et 23 sont premiers entre eux.

On peut donc faire 42 lots de 20 financiers et 23 macarons.

On aurait pu calculer le PGCD de 840 et 1,176 : on aurait trouvé 42.

2. Avec des notations évidentes :

$$\begin{cases} 5f + 7m = 22,4 \\ 8f + 14m = 42 \end{cases} \text{ ou encore } \begin{cases} 5f + 7m = 22,4 \\ 4f + 7m = 21 \end{cases} \text{ d'où par différence } f = 1,4 \text{ puis } m = \frac{22,4 - 5 \times 1,4}{7} = 2,2.$$

Un financier est vendu 1,40 € et un macaron 2,20 €.