

Tom doit calculer  $3,5^2$ .

Pas la peine de prendre la calculatrice, lui dit Julie, tu n'as qu'à effectuer le produit de 3 par 4 et rajouter 0,25.

1. Effectuer le calcul proposé par Julie et vérifier que le résultat obtenu est bien le carré de 3,5.
2. Proposer une façon simple de calculer  $7,5^2$  et donner le résultat.
3. Julie propose la conjecture suivante :  $(n + 0,5)^2 = n(n + 1) + 0,25$

$n$  est un nombre entier positif.

Prouver que la conjecture de Julie est vraie (quel que soit le nombre  $n$ )

## Correction

1.  $3 \times 4 + 0,25 = 12 + 0,25 = 12,25.$

Or  $3,5^2 = \left(\frac{7}{2}\right)^2 = \frac{7^2}{2^2} = \frac{49}{4} = \frac{24,5}{2} = 12,25.$  Le calcul est exact.

2. Multiplier 7 par 8 et ajouter 0,25 au produit.

$7 \times 8 + 0,25 = 56,25.$

$7,5^2 = \left(\frac{15}{2}\right)^2 = \frac{15^2}{2^2} = \frac{225}{4} = \frac{112,5}{2} = 56,25.$  Exact !

3. Quel que soit le naturel  $n$  :  $(n + 0,5)^2 = n^2 + 0,5^2 + 2 \times n \times 0,5 = n^2 + n + 0,25 = n(n + 1) + 0,25.$   
La conjecture de Julie est vraie.