Trois figures codées sont données ci-dessous. Elles ne sont pas dessinées en vraie grandeur. Pour chacune d'elles, déterminer la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$.

Figure 1

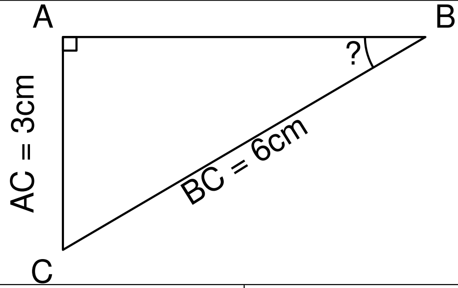
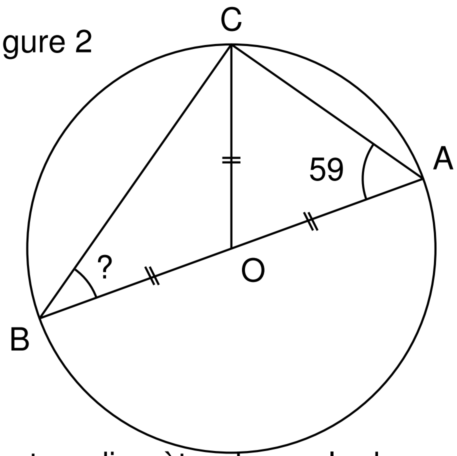
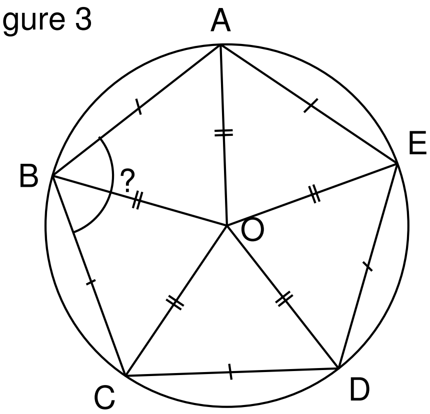


Figure 2



[AB] est un diamètre du cercle de centre O.

Figure 3



Correction

Trois figures codées sont données ci-dessous. Pour chacune d'elles, déterminer la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$.

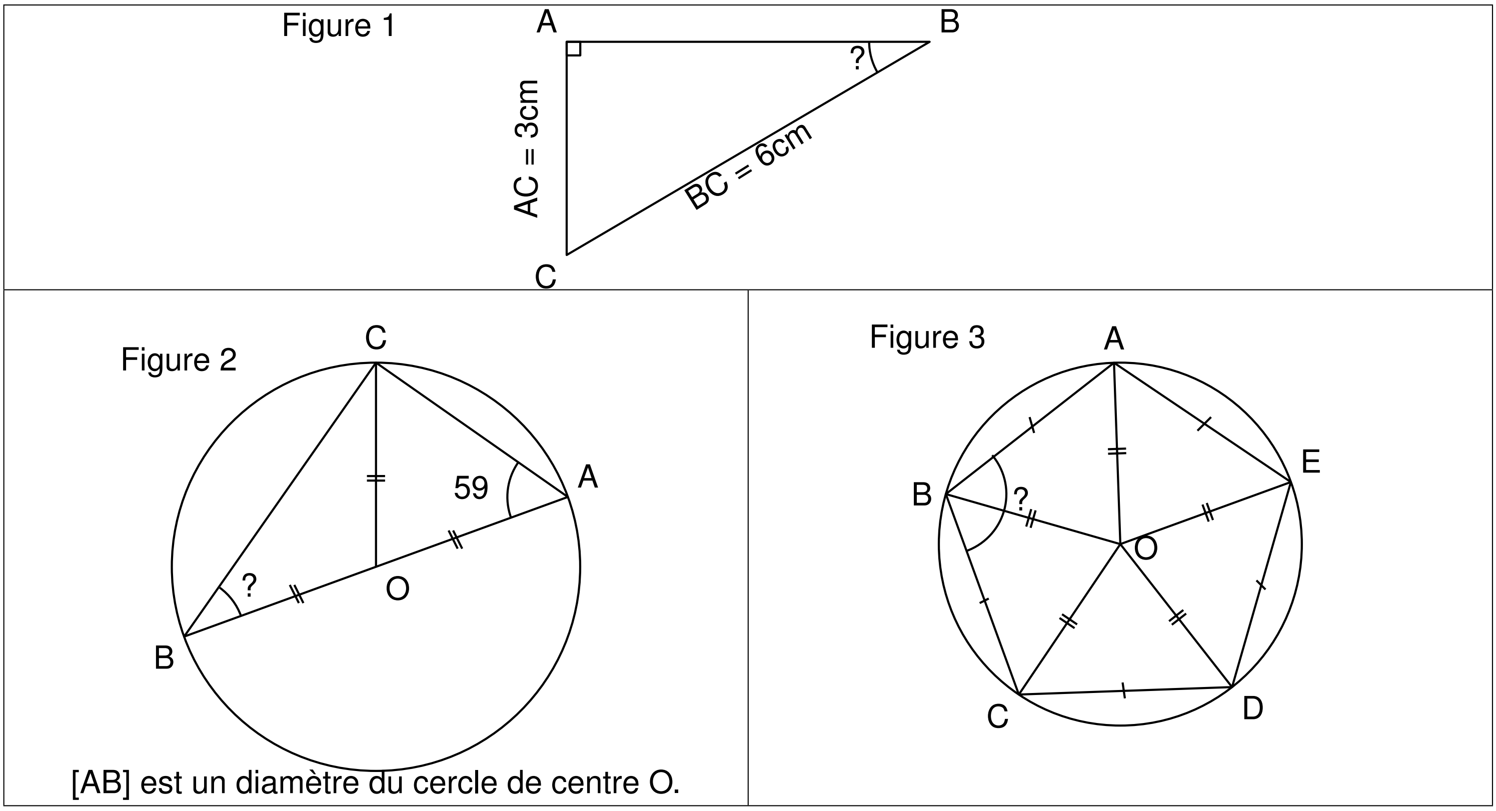


Figure 1 Nous sommes dans un triangle rectangle. Nous pouvons donc utiliser la trigonométrie.

$$\sin \widehat{ABC} = \frac{AC}{BC} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \Longrightarrow \widehat{ABC} \text{ mesure } 30^\circ$$

Figure 2 Dans tout triangle isocèle, les angles à la base sont égaux. Ici:

$$\widehat{OAC} = \widehat{OCA} \quad \text{et} \quad \widehat{BCO} = \widehat{CBO} = \widehat{ABC}$$

Le point O est le centre du cercle, car $OA = OB = OC$. La figure laisse supposer que les points B, O et A sont alignés (diamètre). Ainsi:

$$\widehat{BOC} + \widehat{COA} = \widehat{BOA} = \text{angle plat de mesure } 180°$$

Enfin, la somme des mesures des angles dans un triangle vaut $180°$.

Ainsi:

$$\widehat{OCA} = \widehat{OAC} = 59° \ ; \ \widehat{AOC} = 180-2\times59 = 62° \ ; \ \widehat{BOC} = 180-62 = 118° \ ; \ 2\widehat{ABC} = 180-118 = 62 \Longrightarrow \widehat{ABC}$$

Autre méthode: le triangle ABC est rectangle en C puisqu'inscrit dans un demi-cercle.

$$\widehat{OCA} = \widehat{OAC} = 59° \ ; \ \widehat{BCO} = \widehat{ABC} = 90 - 59 = 31°$$

Figure 3 Le pentagone $ABCDE$ est régulier, (tous les côtés sont égaux), donc $\widehat{AOB} = \dfrac{360}{5} = 72°$.

En utilisant certaines propriétés énoncées plus haut, on obtient:

$$\widehat{ABC} = 2\widehat{ABO} = 180 - 72 = 108°$$