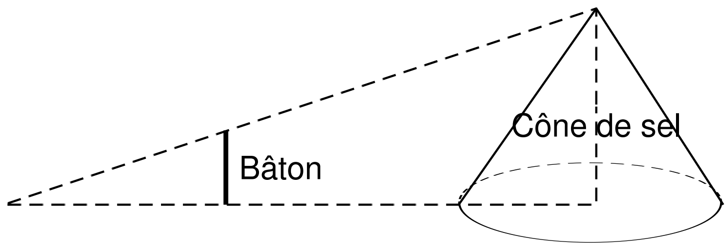
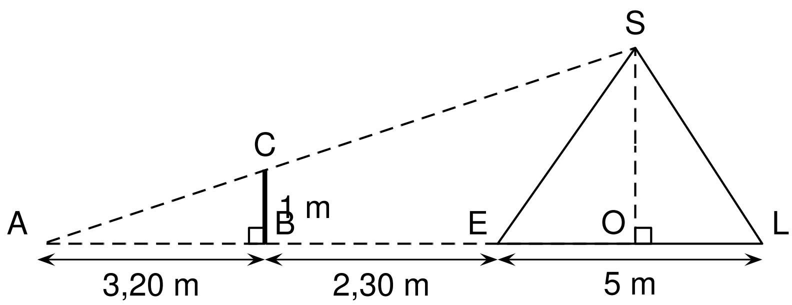
Dans les marais salants, le sel récolté est stocké sur une surface plane. On admet qu'un tas de sel a toujours la forme d'un cône de révolution.

1. (a) Pascal souhaite déterminer la hauteur d'un cône de sel de diamètre 5 mètres. Il possède un bâton de longueur $1$ mètre. Il effectue des mesures et réalise les deux schémas ci-dessous :




Démontrer que la hauteur de ce cône de sel est égale à $2,50$ mètres.

Dans cette question, on n'attend pas de démonstration rédigée. Il suffit d'expliquer brièvement le raisonnement suivi et de présenter clairement les calculs.

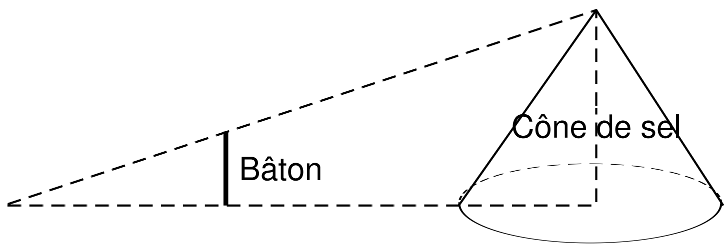
(b) À l'aide de la formule $V_{\text{cône}} = \dfrac{\pi \times \text{rayon}^2 \times \text{hauteur}}{3}$, déterminer en m$^3$ le volume de sel contenu dans ce cône. Arrondir le résultat au m$^3$ près.

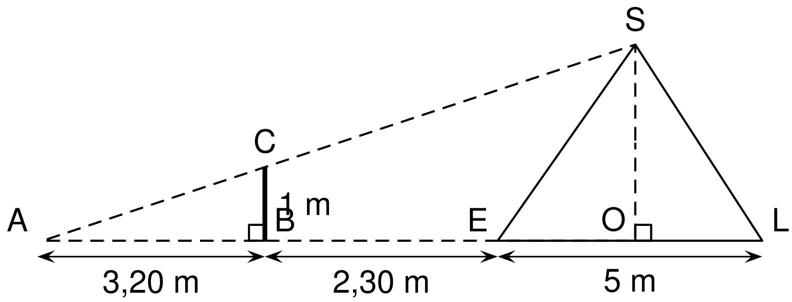
2. Le sel est ensuite stocké dans un entrepôt sous la forme de cônes de volume 1,000 m$^3$. Par mesure de sécurité, la hauteur d'un tel cône de sel ne doit pas dépasser $6$ mètres. Quel rayon faut-il prévoir au minimum pour la base ? Arrondir le résultat au décimètre près.

# Correction

Dans les marais salants, le sel récolté est stocké sur une surface plane. On admet qu'un tas de sel a toujours la forme d'un cône de révolution.

1. (a) Pascal souhaite déterminer la hauteur d'un cône de sel de diamètre 5 mètres. Il possède un bâton de longueur $1$ mètre. Il effectue des mesures et réalise les deux schémas ci-dessous :




La hauteur de ce cône de sel est $h = 2,50$ mètres. On utilise le théorème de Thalès:

$$\frac{AB}{BC} = \frac{AO}{OS} \iff \frac{3,2}{1} = \frac{3,2+2,3+2,5}{h} \iff h = \frac{8}{3,2} = 2,5$$

(b) Volume du cône $V$:

$$V = \frac{\pi \times 2,5^2 \times 2,5}{3} \simeq 16,3541666667 \simeq 16 \text{ m}^3$$

2. Le sel est ensuite stocké dans un entrepôt sous la forme de cônes de volume 1,000 m$^3$. Par mesure de sécurité, la hauteur d'un tel cône de sel ne doit pas dépasser $6$ mètres.

$$h = 6 \Longrightarrow 1000 = \frac{6\pi R^2}{3} = 2\pi R^2 \Longrightarrow \frac{500}{\pi} = R^2 \Longrightarrow R = \sqrt{\frac{500}{\pi}} \approx 12,61 (R \text{ est positif})$$

Ainsi au dixième près $R = 12,7$ m.