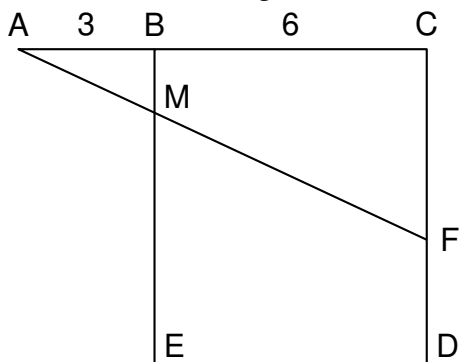


Dans cet exercice, toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte dans l'évaluation.

On considère la figure ci-dessous, qui n'est pas en vraie grandeur.



BCDE est un carré de 6 cm de côté.

Les points A, B et C sont alignés et $AB = 3$ cm.

F est un point du segment $[CD]$.

La droite (AF) coupe le segment $[BE]$ en M.

Déterminer la longueur CF par calcul ou par construction pour que les longueurs BM et FD soient égales.

Correction

Appelons x les longueurs égales BM et FD .

Les droites (BM) et (CF) sont parallèles (côtés opposés du carré).

Les points A, B, C d'une part, A, M, F d'autre part sont alignés dans cet ordre. Le théorème de Thalès permet d'écrire :

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BM}{CF}.$$

Or $CF = 6 - x$; donc $\frac{3}{9} = \frac{x}{6 - x}$ d'où $3x = 6 - x$ ou $4x = 6$ et $x = \frac{3}{2} = 1,5$ cm.

Conclusion : $CF = 6 - x = 6 - 1,5 = 4,5$ (cm).

Remarque : méthode par construction

Si les conditions sont remplies les segments $[BM]$ et $[FD]$ sont parallèles et de même longueur. Le quadrilatère $BMDF$ est donc un parallélogramme ; ses diagonales $[BD]$ et $[MF]$ ont donc le même milieu O centre du carré $BCDE$.

D'où la construction : on construit les diagonales $[BD]$ et $[CE]$ du carré qui se coupent en O ; la droite (AO) coupe $[BE]$ en M et $[CD]$ en F . On mesure $CF = 4,5$ cm.

