

Carole souhaite réaliser une mosaïque sur un mur de sa maison. La surface à paver est un rectangle de dimensions 108 cm et 225 cm et doit être entièrement recouverte par des carreaux de faïence carrés de même dimension sans découpe.

1. Carole peut-elle utiliser des carreaux de 3 cm de côté ? De 6 cm de côté ?
2. Quelle est la dimension maximale des carreaux que Carole peut poser ?
Combien de carreaux utilisera-t-elle ?

Correction

Voici une représentation de la surface à paver :



1. Il faut que la longueur et la largeur du rectangle soient multiples de 3 ce qui est le cas car :

$$108 = 3 \times 36 \text{ et } 225 = 3 \times 75.$$

36 carreaux en largeur et 75 en longueur : Carole pourra paver la surface avec $36 \times 75 = 2,700$ carreaux.

Il est facile de calculer l'aire de la surface totale que devra paver Carole. Il ne s'agit rien d'autre que de l'aire du rectangle.

$$A_R = 225 \times 108 = 24,300 \text{ (cm}^2\text{).}$$

On ne peut pas utiliser des carreaux de 6 cm de côté. En effet en longueur il faudrait que 6 divise 225, ce qui est faux.

2. Pour déterminer la dimension maximale des carreaux qu'elle peut utiliser, il faut commencer par chercher le plus grand diviseur commun de 225 et de 108. En effet, étant donné que les carreaux sont des carrés, ils doivent avoir la même longueur et la même largeur.

Les diviseurs de 225 sont: 1-3-5-9-15-25-45-75-225.

Les diviseurs de 108 sont: 1-2-3-4-6-9-12-18-27-36-54-108.

On remarque que 9 est le plus grand diviseur commun des deux nombres. Il faut donc que Carole utilise des carreaux de 9 cm de côté, cette dimension étant la plus grande qu'elle puisse utiliser.

Etant donné que la surface à pavé est de $24,300 \text{ cm}^2$, et que chaque carré a une aire de $9 \times 9 = 81 \text{ (cm}^2)$, il faudra utiliser au total : $\frac{24,300}{81} = 300$ carreaux de 9 cm de côté.