

Exercice 3

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse.

Chaque réponse doit être justifiée. Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.

Les affirmations sont indépendantes.

1. On considère l'équation différentielle (E) $y' - 2y = (x - 3)e^x$, où y est une fonction de la variable x , définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.

Affirmation 1 :

La fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (x - 2)e^x$ est solution de l'équation différentielle (E).

2. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$, par $f(x) = (2x + 1) \cos(x)$.

On intègre par parties $\int_0^\pi f(x) dx$.

Affirmation 2 :

$$\int_0^\pi f(x) dx = -4\pi$$

3. On considère l'inéquation suivante sur $]7; +\infty[$:

$$\ln(2x^2 - 6x - 56) \geq \ln(4x - 8)$$

Affirmation 3 :

L'ensemble des solutions de cette inéquation est l'intervalle $[8; +\infty[$.

4. On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 1$ et, pour tout entier naturel n ,

$$u_{n+1} = \frac{3u_n}{5u_n + 3}$$

On admet que $u_n \neq 0$ pour tout entier naturel n .

On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = \frac{2}{u_n}$.

Affirmation 4 :

La suite (v_n) est une suite arithmétique.

5. On lance 3 600 fois un dé équilibré à six faces numérotées de 1 à 6.

Affirmation 5 :

La probabilité que le nombre d'apparitions du 6 soit strictement compris entre 450 et 750 est minorée par 0,97.