

Exercice 1

Partie A

Une joueuse de basket constate qu'elle réussit 60 % de ses lancers francs au cours d'une séance d'entraînement.

En se basant sur ces statistiques, on modélise la situation comme une succession d'épreuves aléatoires indépendantes.

1. Cette joueuse effectue cinq lancers consécutifs.

(a) Soit X la variable aléatoire donnant le nombre de lancers réussis.

Justifier que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.

(b) Donner une valeur approchée à 10^{-2} près de $P(X \geq 4)$.

Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

2. On suppose maintenant que cette sportive doit effectuer n lancers, où n est un entier naturel non nul.

Soit Y la variable aléatoire donnant le nombre de lancers réussis.

On admet que la variable aléatoire Y suit la loi binomiale de paramètres n et $p = 0,6$.

(a) Montrer que $P(Y \geq 1) = 1 - 0,4^n$.

(b) En déduire le nombre n de lancers à partir duquel la probabilité d'en réussir au moins un dépasse 0,9999.

(c) Recopier et compléter le script de la fonction Python suivante afin qu'elle permette de retrouver le résultat de la question 2. b.

```
def basket ():
    p = 0.6
    n = 1
    while ..... :
        n = n + 1
        p = .....
    return ...
```

Partie B

Pour un autre joueur, on remarque que :

- lorsqu'il a réussi un lancer franc, il réussit le suivant avec une probabilité de 0,7.
- lorsqu'il a raté un lancer franc, il réussit le suivant avec une probabilité de 0,4.

On considère que la probabilité de réussir son premier lancer est de 0,5

On note G_1 l'évènement : « le joueur réussit son premier lancer franc ».

On a donc $P(G_1) = 0,5$.

On note G_2 l'évènement : « le joueur réussit son deuxième lancer franc ».

1. Calculer $P(G_2)$.

On pourra utiliser un arbre de probabilité.

Soit n un entier naturel non nul.

On note G_n l'évènement « le joueur réussit le n -ième lancer franc » et p_n , la probabilité de G_n .

On définit ainsi une suite (p_n) de réels.

On admet que pour tout $n \geq 1$, $p_{n+1} = 0,3p_n + 0,4$.

2. (a) En utilisant un raisonnement par récurrence, démontrer que

$$\text{pour tout } n \geq 1, \quad p_n \leq p_{n+1}$$

(b) Quel argument permet d'affirmer que la suite (p_n) est majorée ?

(c) En déduire que la suite (p_n) est convergente.

3. On admet que la limite de (p_n) quand n tend vers $+\infty$ est $\frac{4}{7}$.

Interpréter cette valeur dans le contexte de l'exercice.