

Exercice PCM (2 points)

Le rotor d'un hélicoptère est la partie mobile qui va entraîner la rotation de ses pales.

Étude de la vitesse de rotation du rotor

La vitesse de rotation du moteur, notée ω et exprimée en $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$, est solution de l'équation différentielle suivante :

$$y' = -0,028y + 18,48.$$

3. Montrer que la fonction ω définie sur $[0 ; +\infty[$ par

$$\omega(t) = -660e^{-0,028t} + 660$$

est la solution de cette équation différentielle qui vérifie la condition initiale $\omega(0) = 0$.

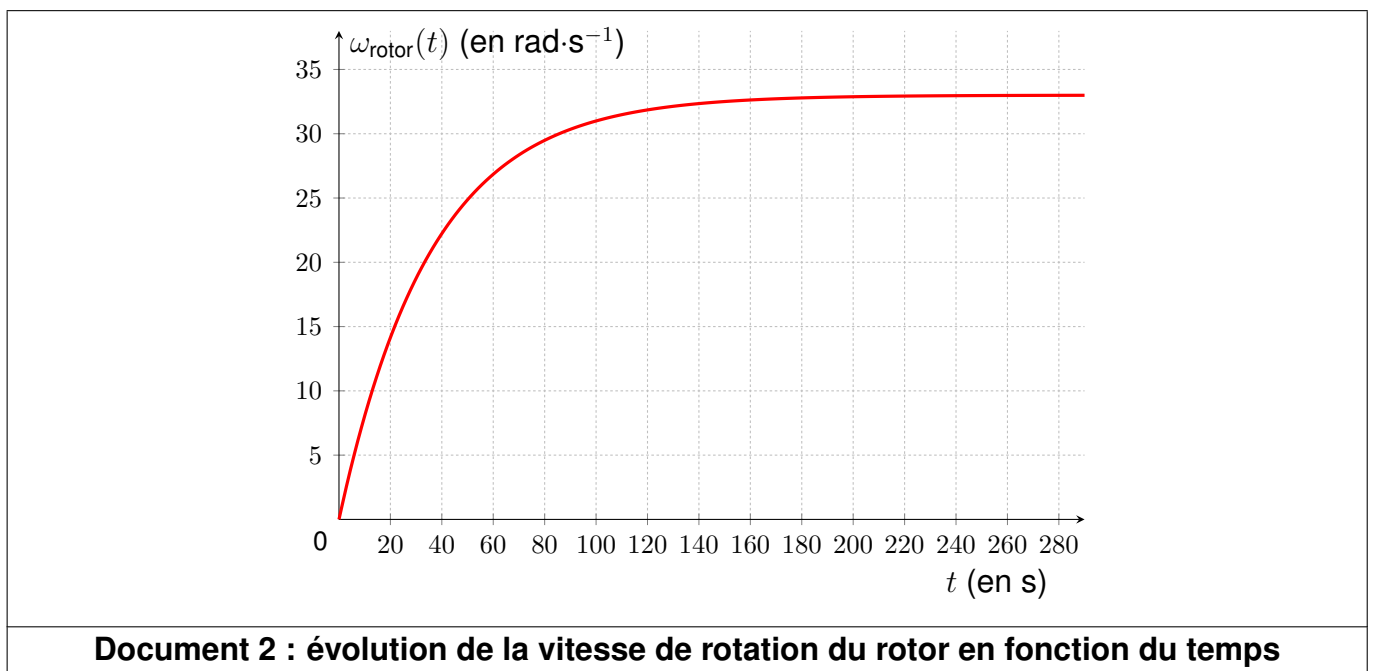
4. Déterminer $\lim_{t \rightarrow +\infty} \omega(t)$. Cette limite correspond à la valeur maximale de la vitesse de rotation du moteur.

Un système mécanique fixe la vitesse de rotation du rotor par rapport à celle du moteur :

$$\omega_{\text{rotor}} = \frac{1}{20} \omega_{\text{moteur}}.$$

On donne l'évolution de la vitesse de rotation du rotor en fonction du temps dans le **document**

2.



Document 2 : évolution de la vitesse de rotation du rotor en fonction du temps

5. Donner la vitesse maximale de rotation du rotor.

Le rayon des pales, noté R , vaut 5 mètres.

6. En déduire la valeur de la vitesse maximale de l'extrémité de la pale.

La vitesse du son dans l'air vaut $344 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ pour une température de 20°C .

Pour des raisons de sécurité, la vitesse instantanée à l'extrémité des pales doit rester inférieure à la vitesse du son dans l'air.

7. Conclure sur le respect des règles de sécurité.

Exercice maths (4 points)

Les trois questions sont indépendantes.

Question 1

On considère l'intégrale suivante :

$$I = \int_{-2}^0 (5e^{-2t} + 3) dt.$$

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(t) = 5e^{-2t} + 3$.

Soit F la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $F(t) = -2,5e^{-2t} + 3t$.

On admet que F est dérivable sur $\mathbb{R}$.

- Démontrer que la fonction F est une primitive de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
- Démontrer que $I = 3,5 + 2,5e^4$.

Question 2

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 2e^{3x} - 16$.

On admet que g est dérivable sur $\mathbb{R}$ et on note g' sa fonction dérivée.

- Démontrer que pour tout réel x , $g'(x) > 0$.
- En déduire le sens de variation de la fonction g sur $\mathbb{R}$.
- Résoudre, en détaillant les étapes, l'équation $g(x) = 0$.

Question 3

On désigne par i le nombre complexe de module 1 et d'argument π .

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

On considère les points A et B d'affixes respectives $z_A = 4e^{i\frac{5\pi}{3}}$ et $z_B = 2e^{i\frac{2\pi}{3}}$.

On rappelle l'écriture exponentielle suivante : $-2 = 2e^{i\pi}$.

- Démontrer, en détaillant les calculs, que $z_A = -2 \times z_B$.
- Parmi les quatre propositions suivantes, une seule est vraie.
Indiquer sur la copie le numéro de celle-ci. Aucune justification n'est demandée.

Proposition 1 : A est l'image de B par la rotation de centre O et d'angle $-\pi$.

Proposition 2 : A est l'image de B par l'homothétie de centre O et de rapport -2 .

Proposition 3 : A est l'image de B par la translation de vecteur $\vec{u}$ d'affixe -2 .

Proposition 4 : A est l'image de B par l'homothétie de centre O et de rapport 2.