

Exercice PCM

5 points

Transferts thermiques dans une glacière

On souhaite savoir combien de temps une boisson peut rester au frais dans une glacière comprenant un dispositif de refroidissement. On considère que la boisson reste fraîche tant que sa température est inférieure à $17\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Le dispositif de refroidissement fonctionne un moment puis est interrompu à un instant pris comme origine des temps $t = 0$. La glacière demeure fermée pendant 1 h dans une pièce dont la température ambiante est constante et vaut $\theta_{\text{ext}} = 24,2\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Le suivi temporel de la température à l'intérieur de la glacière a permis d'obtenir le graphique de la figure 1 ci-après.

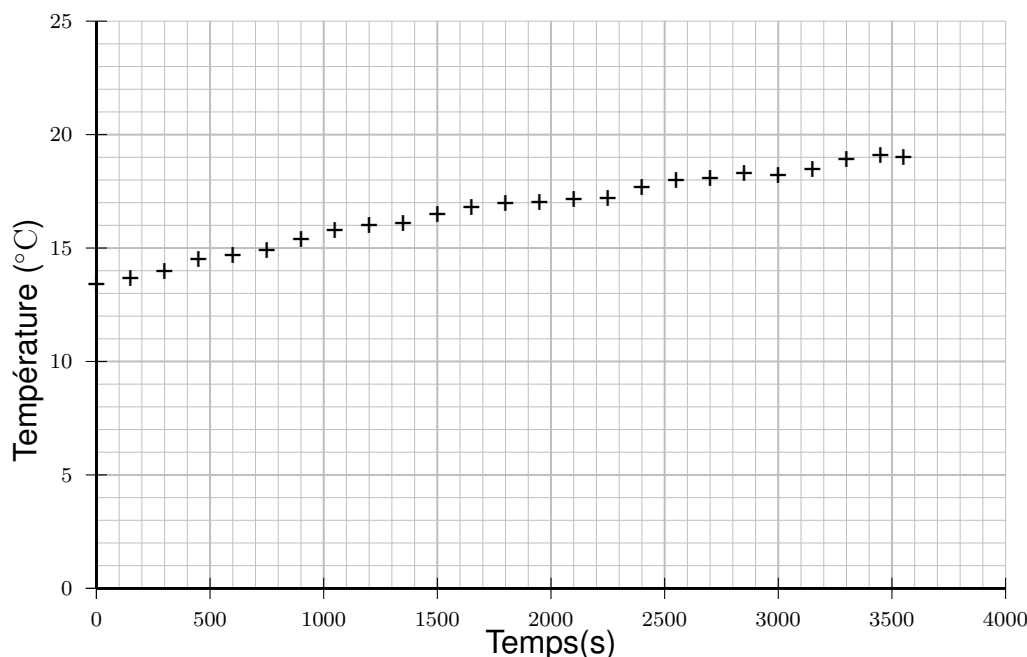


Figure 1 Évolution de la température de la glacière au cours du temps

On détermine un modèle numérique de cette expérience. On suppose que la fonction θ modélisant la température de l'air contenu dans la glacière, en degré Celsius, en fonction du temps t , en seconde, est définie sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$ par :

$$\theta(t) = -10,8e^{\frac{-t}{5040}} + 24,2.$$

10. Déterminer $\lim_{t \rightarrow +\infty} \theta(t)$ et analyser le résultat dans le contexte de l'exercice.
11. Résoudre l'inéquation $\theta(t) \geq 17$. Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

Exercice Maths

4 points

Les questions 1, 2, 3 et 4 sont indépendantes les unes des autres.

Question 1

Pour cette question, indiquer, en justifiant, la lettre correspondant à la réponse exacte.

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (2 + 5x)e^{3x}$. On admet que f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et on note f' sa dérivée. Pour tout x appartenant à $\mathbb{R}$, on a :

A	B	C	D
$f'(x) = 5e^{3x}$	$f'(x) = 15e^{3x}$	$f'(x) = (11 + 15x)e^{3x}$	$f'(x) = (7 + 5x)e^{2x}$

Question 2

On considère l'équation différentielle (E) :

$$y' = -3y + 5,$$

où y est une fonction de la variable x , définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.

Déterminer les fonctions définies sur $\mathbb{R}$, solutions de l'équation différentielle (E).

Question 3

Déterminer la forme exponentielle du nombre complexe :

$$z = -6\sqrt{3} + 6.$$

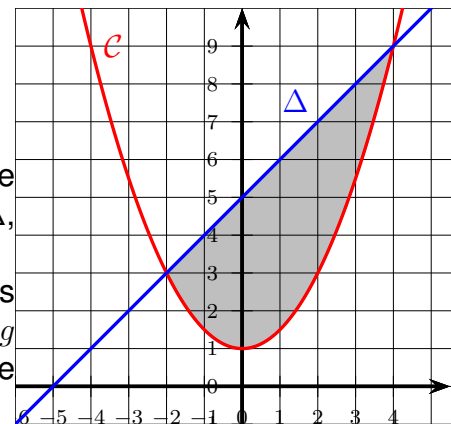
Question 4

Les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ respectivement par :

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 1 \text{ et } g(x) = x + 5,$$

sont représentées sur le graphique ci-contre par la courbe $\mathcal{C}$, courbe représentative de la fonction f et la droite Δ , courbe représentative de la fonction g .

Lire graphiquement les positions relatives des courbes représentatives $\mathcal{C}$ de la fonction f et Δ de la fonction g puis montrer que l'aire de la partie colorée comprise entre la courbe $\mathcal{C}$ et la droite Δ vaut 18 unités d'aire.



Exercice MQ1

Pour cette question, indiquer, en justifiant, la lettre correspondant à la réponse exacte.

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (2 + 5x)e^{3x}$. On admet que f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et on note f' sa dérivée. Pour tout x appartenant à $\mathbb{R}$, on a :

A	B	C	D
$f'(x) = 5e^{3x}$	$f'(x) = 15e^{3x}$	$f'(x) = (11 + 15x)e^{3x}$	$f'(x) = (7 + 5x)e^{2x}$

Exercice MQ2

On considère l'équation différentielle (E) :

$$y' = -3y + 5,$$

où y est une fonction de la variable x , définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.

Déterminer les fonctions définies sur $\mathbb{R}$, solutions de l'équation différentielle (E) .

Exercice MQ6

Déterminer la forme exponentielle du nombre complexe :

$$z = -6\sqrt{3} + 6.$$

Exercice MQ4

Les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ respectivement par :

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 1 \text{ et } g(x) = x + 5,$$

sont représentées sur le graphique ci-contre par la courbe $\mathcal{C}$, courbe représentative de la fonction f et la droite Δ , courbe représentative de la fonction g .

Lire graphiquement les positions relatives des courbes représentatives $\mathcal{C}$ de la fonction f et Δ de la fonction g puis montrer que l'aire de la partie colorée comprise entre la courbe $\mathcal{C}$ et la droite Δ vaut 18 unités d'aire.

