

EXERCICE PCM

4 points

Une coulée comme Leon Marchand

On appelle coulée la phase sous-marine qui suit le plongeon ou le virage d'un nageur.

On suppose que le déplacement du nageur se produit à une profondeur constante lors de la coulée. Pendant cette phase, le sportif se laisse glisser dans l'eau, sans nager. Le mouvement du nageur est supposé rectiligne.

La figure 1 ci-après représente l'évolution de la vitesse du nageur en fonction du temps.

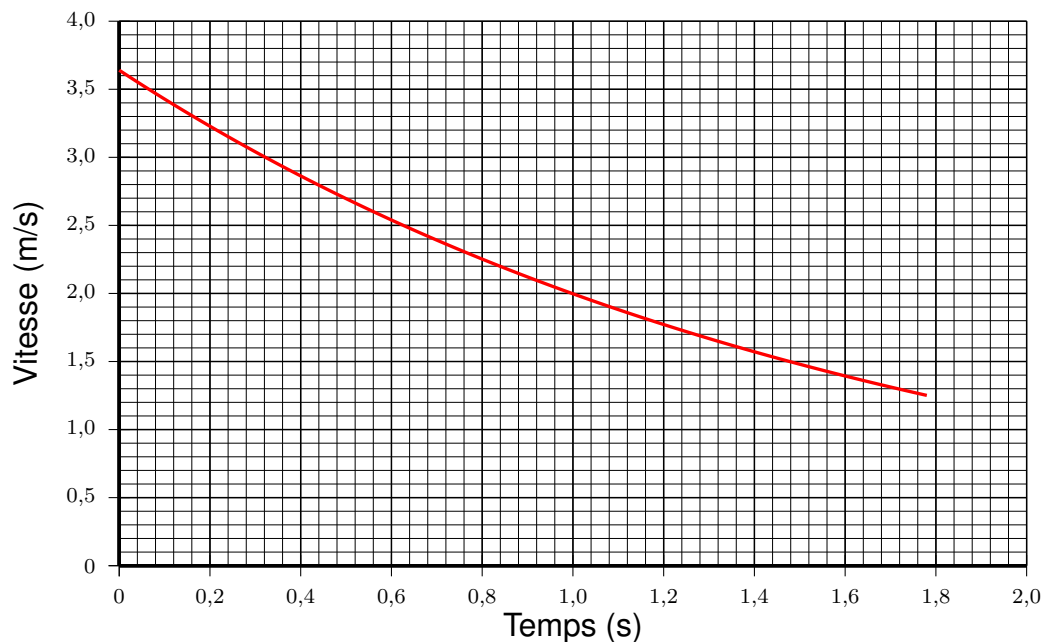


Figure 1 - Vitesse du nageur en fonction du temps

On détermine un modèle numérique à partir de cette expérience. On suppose que la distance parcourue par le nageur durant la coulée, exprimée en mètre, en fonction du temps t , exprimée en seconde, est définie sur l'intervalle $[0 ; 2]$ par :

$$f(t) = 3,64 \ln(1 + t).$$

- Calculer $f(0)$.
- On admet que la vitesse du nageur, en m/s, est donnée, en fonction du temps en s, par $v(t) = \frac{3,64}{1+t}$.

Montrer que l'accélération, correspondant à la dérivée de v est $a(t) = -\frac{3,64}{(1+t)^2}$.

- Interpréter le signe de a dans le contexte de l'exercice et vérifier la cohérence avec l'observation de la courbe représentative de la fonction v .

Exercice Maths

4 points

Les questions 1, 2, 3 et 4 sont indépendantes les unes des autres.

Question 1

Pour cette question, indiquer la lettre de la réponse exacte, en expliquant votre choix.

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^{-0,016x} - 2$ et on note f' sa fonction dérivée.

A	B	C	D
$f(0) = -2$	$f'(x) = e^{-0,016x}$	f est croissante sur $\mathbb{R}$	f est décroissante sur $\mathbb{R}$

Question 2

Soit la fonction f définie sur $[0 ; +\infty[$ par $f(x) = \frac{30}{1 + 2x}$.

Est-il vrai que la valeur moyenne de f sur l'intervalle $[5 ; 15]$ est supérieure à 3 ?

Justifier la réponse.

Rappel : la valeur moyenne de la fonction f sur l'intervalle $[a ; b]$ est $\frac{1}{b-a} \int_a^b f(t) dt$.

Question 3

On note $f(t)$ la température (en $^{\circ}C$) d'un café en fonction du temps t (en minute) écoulé depuis sa sortie d'une machine à expresso. À l'instant $t = 0$, la température initiale du café est $83^{\circ}C$.

On admet que la fonction température est solution sur $[0 ; +\infty[$ de l'équation différentielle :

$$y' = -0,08y + 1,84.$$

Déterminer l'expression de l'unique solution f qui vérifie les données précédentes.

Question 4

On note $f(t)$ la température (en $^{\circ}C$) d'un café en fonction du temps t (en minute) écoulé depuis sa sortie d'une machine à expresso. On admet, pour tout $t \in [0 ; +\infty[$, l'expression suivante :

$$f(t) = 60e^{-0,08t} + 23.$$

Au bout de combien de temps la température du café sera-t-elle inférieure ou égale à $44^{\circ}C$? Donner la réponse à la minute près.

Exercice MQ1

Pour cette question, indiquer la lettre de la réponse exacte, en expliquant votre choix.

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^{-0,016x} - 2$ et on note f' sa fonction dérivée.

A	B	C	D
$f(0) = -2$	$f'(x) = e^{-0,016x}$	f est croissante sur $\mathbb{R}$	f est décroissante sur $\mathbb{R}$

Exercice MQ2

Soit la fonction f définie sur $[0 ; +\infty[$ par $f(x) = \frac{30}{1 + 2x}$.

Est-il vrai que la valeur moyenne de f sur l'intervalle $[5 ; 15]$ est supérieure à 3 ?

Justifier la réponse.

Rappel : la valeur moyenne de la fonction f sur l'intervalle $[a ; b]$ est $\frac{1}{b-a} \int_a^b f(t) dt$.

Exercice MQ3

On note $f(t)$ la température (en $^{\circ}C$) d'un café en fonction du temps t (en minute) écoulé depuis sa sortie d'une machine à espresso. À l'instant $t = 0$, la température initiale du café est $83^{\circ}C$.

On admet que la fonction température est solution sur $[0 ; +\infty[$ de l'équation différentielle :

$$y' = -0,08y + 1,84.$$

Déterminer l'expression de l'unique solution f qui vérifie les données précédentes.

Exercice MQ4

On note $f(t)$ la température (en $^{\circ}C$) d'un café en fonction du temps t (en minute) écoulé depuis sa sortie d'une machine à espresso. On admet, pour tout $t \in [0 ; +\infty[$, l'expression suivante :

$$f(t) = 60e^{-0,08t} + 23.$$

Au bout de combien de temps la température du café sera-t-elle inférieure ou égale à $44^{\circ}C$?
Donner la réponse à la minute près.