

Exercice PCM

Isolation écologique

Le chanvre est l'un des plus anciens isolants au monde. Plébiscité pour ses qualités thermiques et acoustiques, il est encore régulièrement utilisé aujourd'hui.

D'après <https://www.izi-by-edf-renov.fr/blog/isolation-chanvre>

On souhaite contrôler la qualité d'isolation d'une plaque de laine de chanvre. On dispose pour cela d'un fluxmètre permettant de mesurer le flux thermique à travers la plaque lorsque ses deux faces sont maintenues à des températures différentes : la face « chaude » à une température θ_1 et la face « froide » à une température θ_2 .

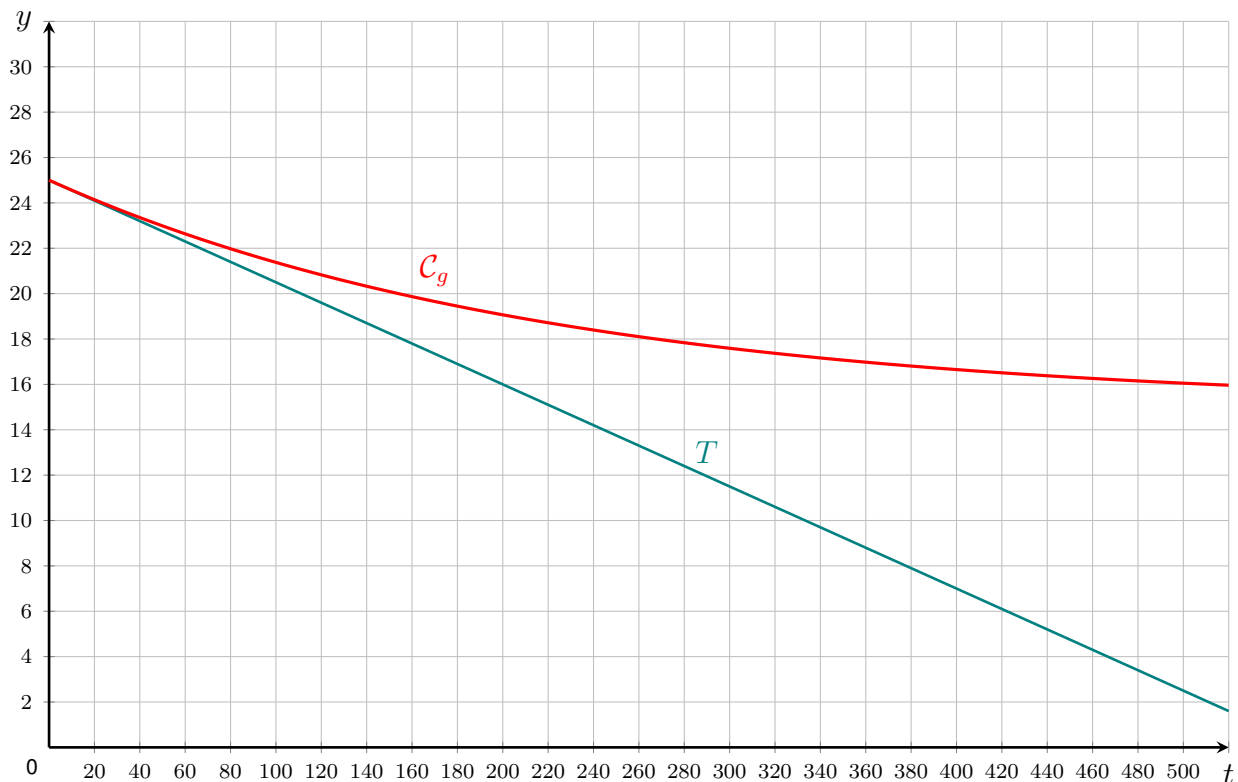
Le système permettant le maintien de la température de la face « chaude » à 25°C est arrêté.

On modélise l'évolution de la température (en $^\circ\text{C}$) de la face « chaude » au cours du temps par une fonction g définie sur $[0; +\infty[$ par $g(t) = 10e^{-0.004,5t} + 15$, où t est le temps exprimé en seconde.

5. Calculer $\lim_{t \rightarrow +\infty} g(t)$.

6. Montrer que pour tout t de $[0; +\infty[$, $g'(t) = -0,045e^{-0.004,5t}$, où g' est la fonction dérivée de la fonction g .

La courbe représentative de la fonction g (notée C_g) ainsi que sa tangente T au point d'abscisse 0 sont représentées dans le repère ci-dessous.



On admet que la tangente T a pour équation $y = -0,045t + 25$.

On appelle τ l'abscisse du point d'intersection de cette tangente avec la droite d'équation $y = 15$.

7. Justifier que 220 est une valeur approchée de τ à 10 secondes près.

8. Donner une valeur approchée de $g(1,100)$ à 10^{-3} près.

En physique, on estime qu'à partir d'un temps supérieur à 5τ , la température obtenue est une bonne approximation de la température limite.

9. Indiquer si le modèle vérifie ce critère.