

Exercice 4

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse.

Justifier chaque réponse. Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.

1. On considère la fonction f définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ par $f(x) = xe^{(x^2)}$.

Affirmation 1 : f est concave sur $] -\infty ; 0]$.

2. Un refuge spécialisé accueille 24 rapaces numérotés de 1 à 24. Le refuge travaille avec trois vétérinaires. Afin d'administrer un soin à tous les oiseaux, le directeur veut donc former trois groupes, numérotés de 1 à 3, constitués chacun de 8 rapaces.

Affirmation 2 : Le nombre de façons de répartir les rapaces dans les groupes 1 à 3 est :

$$\frac{24!}{(8!)^3}.$$

3. Soit f une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$, solution de l'équation différentielle :

$$y' = -y + 1 \text{ sur } \mathbb{R}.$$

Affirmation 3 : La fonction g définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ par $g(x) = f(x) - 1$ vérifie

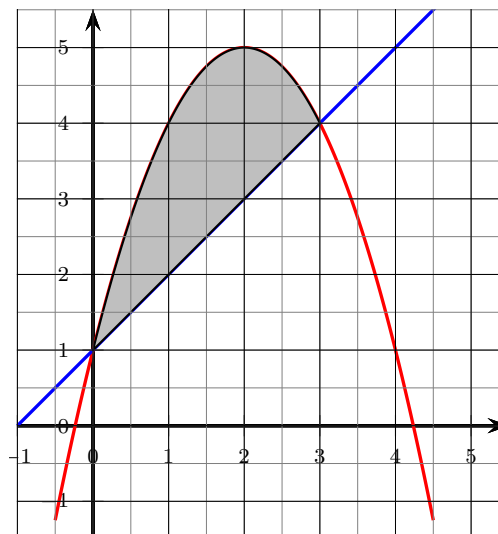
$$g' = -g.$$

4. La suite (u_n) est définie pour tout entier naturel n non nul par :

$$u_n = \frac{\sin(n)}{n}.$$

Affirmation 4 : La suite (u_n) n'admet pas de limite.

5. On a tracé ci-dessous la parabole d'équation $y = -x^2 + 4x + 1$ et la droite d'équation $y = x + 1$.



Affirmation 5 : L'aire du domaine grisé est égale à 6,5 unités d'aire.