

Exercice 2

Dans une salle d'escalade, un nouveau module en forme de tétraèdre, destiné à être posé au sol, est en cours de fabrication.

Ce module servira à créer des plans inclinés.

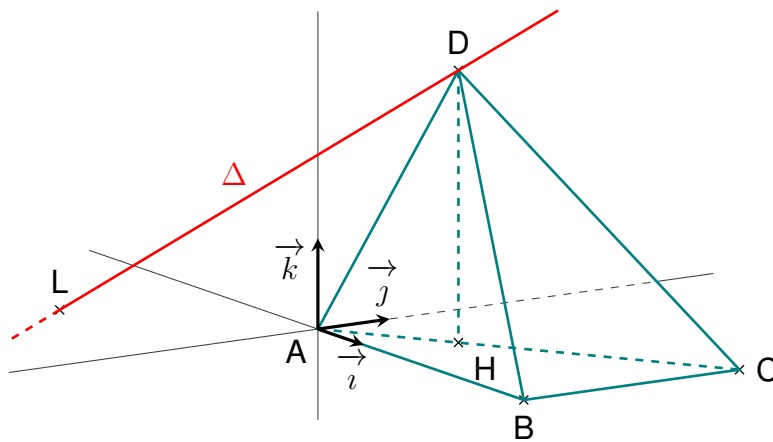
On munit l'espace d'un repère orthonormé $(A; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

L'unité est le mètre.

On considère les trois points suivants : $B\left(\frac{9}{2}; 0; 0\right)$, $C\left(\frac{9}{4}; 3; 0\right)$ et $D\left(\frac{3}{2}; 1; 3\right)$.

On modélise le module par le tétraèdre ABCD.

On souhaite analyser ce module pour des raisons de construction et de sécurité.

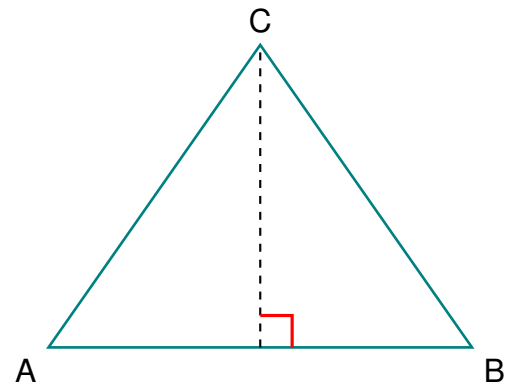


Partie A

- On représente ci-contre le triangle ABC et sa hauteur issue de C.

(a) Montrer que le triangle ABC est isocèle en C.

(b) Montrer que l'aire du triangle ABC est égale à 6.75 m^2 .



- (a) Vérifier qu'une équation cartésienne du plan (ABC) est : $z = 0$.

(b) Montrer que le point $H\left(\frac{3}{2}; 1; 0\right)$ est le projeté orthogonal du point D sur le plan (ABC).

- On rappelle que le volume $\mathcal{V}$ d'un tétraèdre est donné par $\mathcal{V} = \frac{1}{3} \times \mathcal{B} \times h$, où $\mathcal{B}$ est l'aire d'une base et h la hauteur relative à la base $\mathcal{B}$.

En déduire le volume du module.

Partie B

1. On considère le vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$.

- (a) Montrer que le vecteur $\vec{n}$ est un vecteur normal au plan (BCD).
- (b) En déduire qu'une équation cartésienne du plan (BCD) est :

$$4x + 3y + 3z - 18 = 0.$$

- (c) Donner une représentation paramétrique de la droite Δ orthogonale au plan (BCD) et passant par D.
2. On admet que la droite Δ et le plan (ABC) sont sécants et on désigne par L leur point d'intersection. Montrer que L a pour coordonnées $\left(-\frac{5}{2}; -2; 0\right)$.
3. Le module est considéré adapté aux débutants si l'angle $\widehat{LDH}$ est strictement inférieur à 60° . Montrer que ce module est adapté aux débutants.