

Exercice 2

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse.

Chaque réponse doit être justifiée. Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.

Dans cet exercice, les questions sont indépendantes les unes des autres.

1. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x+1)e^{-x}$.

Affirmation 1 : La limite de la fonction f en $+\infty$ est $+\infty$.

2. On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = xe^x$.

Affirmation 2 : La fonction g est convexe sur l'intervalle $[-2; +\infty[$.

3. **Affirmation 3 :** Une intégration par parties permet d'obtenir :

$$\int_0^{\pi} x \sin x \, dx = -\pi.$$

4. On considère l'équation différentielle $(E) : y' = 2y - 5$ et la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = -\frac{3}{2}e^{2x} + \frac{5}{2}$.

Affirmation 4 : La fonction h est la solution de (E) qui vaut 1 en 0.

5. On considère la fonction `mystere` définie ci-dessous en Python :

```
def mystere(n):
    f = 1
    for k in range(1, n+1):
        f = f * k
    return f
```

Affirmation 5 : Le nombre renvoyé lors de l'exécution de `mystere(5)` est 120.