

Exercice 3

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ de l'espace, on considère les points suivants

$$A(0; 0; 1); \quad B(1; 2; 3); \quad C(3; 3; 1); \quad E(2; -2; 2); \quad F(3; 0; 4) \quad \text{et} \quad G(5; 1; 2)$$

1. (a) Montrer que les points B, C et E ne sont pas alignés.
 (b) Justifier que le vecteur $\overrightarrow{AF}$ est normal au plan (BCE).
 (c) En déduire qu'une équation cartésienne du plan (BCE) est $x + z - 4 = 0$.
2. (a) Montrer que le point G n'appartient pas au plan (BCE).
 (b) Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{BE}$, $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AG}$ ne sont pas coplanaires.
 (c) En déduire que la droite (AG) et le plan (BCE) sont sécants.

Pour la suite de l'exercice, on appellera P le point d'intersection de la droite (AG) et du plan (BCE).

3. (a) Montrer qu'une représentation paramétrique de la droite (AG) est :

$$\begin{cases} x = 5t \\ y = t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

- (b) En déduire les coordonnées du point P.
 (c) Montrer que le point P est le milieu du segment [EC].
4. Déterminer l'intersection des plans (BCE) et (ACG).