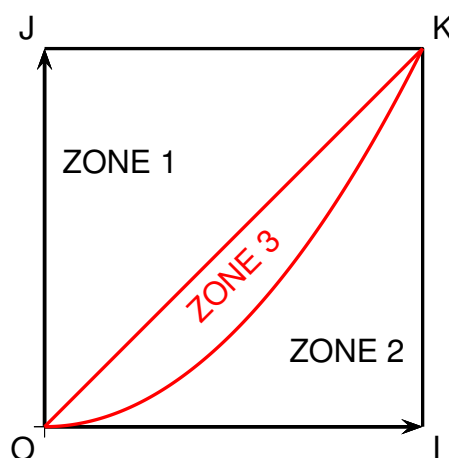


Exercice 2

Dans le repère orthonormé $(O ; I, J)$ ci-contre, on a représenté :

- la droite d'équation $y = x$;
- la droite d'équation $y = 1$;
- la droite d'équation $x = 1$;
- la parabole d'équation $y = x^2$.

On peut ainsi partager le carré $OLKJ$ en trois zones.



Les parties B et C peuvent être traitées indépendamment l'une de l'autre

Partie A

Démontrer les résultats figurant dans le tableau ci-dessous.

ZONE	ZONE 1	ZONE 2	ZONE 3
AIRE	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$

Partie B : un premier jeu

Un joueur lance une fléchette sur le carré ci-dessus. On admet que la probabilité qu'elle tombe sur une zone est égale à l'aire de cette zone. Ainsi, la probabilité que la fléchette tombe sur la ZONE 3 est égale à $\frac{1}{6}$.

- Si la fléchette tombe sur la ZONE 3, alors le joueur lance une pièce équilibrée.
Si la pièce tombe sur PILE, alors le joueur gagne, sinon il perd.
- Si la fléchette tombe sur une autre zone que la ZONE 3, alors le joueur lance un dé équilibré à six faces. Si le dé tombe sur la FACE 6, alors le joueur gagne, sinon il perd.

On note les événements suivants :

T : « la fléchette tombe sur la ZONE 3 » ;

G : « le joueur gagne ».

- Représenter la situation par un arbre pondéré.
- Démontrer que la probabilité de l'évènement G est égale à $\frac{2}{9}$.
- On sait que le joueur a gagné. Quelle est la probabilité que la fléchette soit tombée sur la ZONE 3 ?

Partie C : un second jeu

Un joueur, appelé joueur 1, lance une fléchette sur le carré précédent. Comme dans la partie B, on admet que la probabilité que la fléchette tombe sur chacune des zones est égale à l'aire de cette zone.

Le joueur gagne une somme égale, en euros, au numéro de la zone. Par exemple, si la fléchette tombe sur la ZONE 3, le joueur gagne 3 euros.

On note X_1 la variable aléatoire donnant le gain du joueur 1.

On note respectivement $E(X_1)$ et $V(X_1)$ l'espérance et la variance de la variable aléatoire X_1 .

1. (a) Calculer $E(X_1)$.

(b) Montrer que $V(X_1) = \frac{5}{9}$.

2. Un joueur 2 et un joueur 3 jouent à leur tour, dans les mêmes conditions que le joueur 1. On admet que les parties de ces trois joueurs sont indépendantes les unes des autres.

On note X_2 et X_3 les variables aléatoires donnant les gains des joueurs 2 et 3. On note Y la variable aléatoire définie par $Y = X_1 + X_2 + X_3$.

(a) Déterminer la probabilité que l'on ait $Y = 9$.

(b) Calculer $E(Y)$.

(c) Justifier que $V(Y) = \frac{5}{3}$.