

Exercice 1

On dispose d'un sac et de deux urnes A et B.

- Le sac contient 4 boules : 1 boule avec la lettre A et 3 boules avec la lettre B.
- L'urne A contient 5 billets : 3 billets de 50 euros et 2 billets de 10 euros.
- L'urne B contient 4 billets : 1 billet de 50 euros et 3 billets de 10 euros.

Un joueur prend au hasard une boule dans le sac :

- si c'est une boule avec la lettre A, il prend au hasard un billet dans l'urne A.
- si c'est une boule avec la lettre B, il prend au hasard un billet dans l'urne B.

On note les évènements suivants :

- A : le joueur obtient une boule avec la lettre A.
- C : le joueur obtient un billet de 50 euros.

1. Recopier et compléter l'arbre ci-contre représentant la situation.

2. Quelle est la probabilité de l'évènement « *le joueur obtient une boule avec la lettre A et un billet de 50 €* » ?

3. Démontrer que la probabilité $P(C)$ est égale à 0.337,5.

4. Le joueur a obtenu un billet de 10 euros.

L'affirmation « *Il y a plus de 80 % de chances qu'il ait au préalable obtenu une boule avec la lettre B* » est-elle vraie ? Justifier.

5. On note X_1 la variable aléatoire qui donne la somme, en euros, obtenue par le joueur.

Exemple : si le joueur obtient un billet de 50 €, on a $X_1 = 50$.

Montrer que l'espérance $E(X_1)$ est égale à 23,50 et que la variance $V(X_1)$ est égale à 357,75.

6. Après avoir remis la boule dans le sac et le billet dans l'urne où il a été pris, le joueur joue une deuxième partie. On note X_2 la variable aléatoire qui donne la somme obtenue par le joueur lors de cette deuxième partie.

On note Y la variable aléatoire ainsi définie : $Y = X_1 + X_2$.

(a) Montrer que $E(Y) = 47$.

(b) Expliquer pourquoi on a $V(Y) = V(X_1) + V(X_2)$

7. Le joueur joue de même une troisième, une quatrième, ..., une centième partie.

On définit donc de la même façon les variables aléatoires $X_3, X_4, \dots, X_{100}$.

On note Z la variable aléatoire définie par $Z = X_1 + X_2 + \dots + X_{100}$.

Démontrer que la probabilité que Z appartienne à l'intervalle $]1,950 ; 2,750[$ est supérieure ou égale à 0,75.

