

Exercice 3

On considère la fonction f définie sur $]0 ; 8]$ par

$$f(x) = \frac{10 \ln(-x^2 + 7x + 9)}{x}$$

Soit C_f la représentation graphique de la fonction f dans un repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.

Partie A

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $-x^2 + 7x + 8 \geq 0$.
2. En déduire que pour tout $x \in]0 ; 8]$, on a $f(x) \geq 0$.
3. Interpréter graphiquement ce résultat.

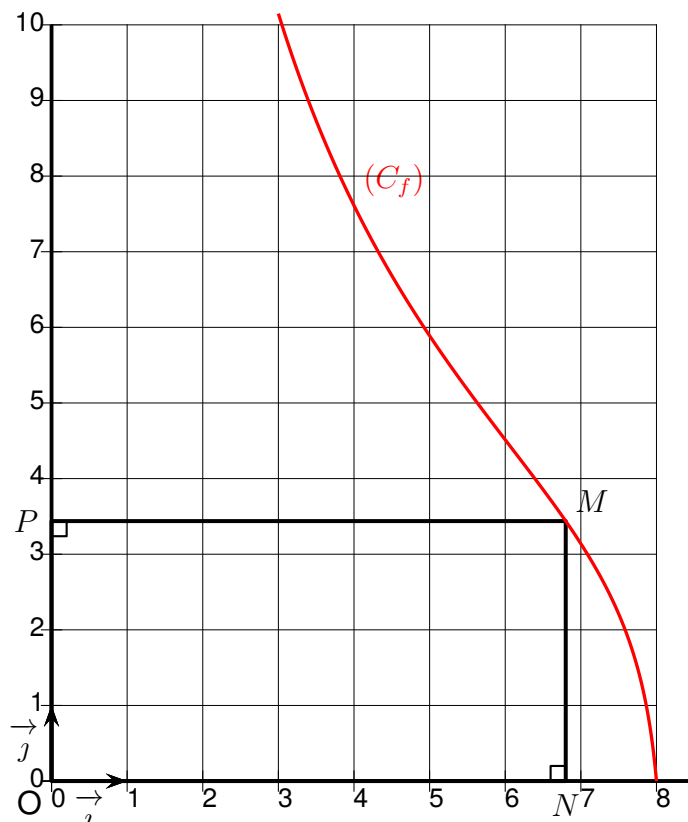
Partie B

La courbe C_f est représentée ci-dessous.

Soit M le point de C_f d'abscisse x avec $x \in]0 ; 8]$.

On appelle N et P les projetés orthogonaux du point M respectivement sur l'axe des abscisses et sur l'axe des ordonnées.

Dans cette partie, on s'intéresse à l'aire $\mathcal{A}(x)$ du rectangle $ONMP$.



1. Donner les coordonnées des points N et P en fonction de x .

2. Montrer que pour tout x appartenant à l'intervalle $]0 ; 8]$,

$$\mathcal{A}(x) = 10 \ln (-x^2 + 7x + 9)$$

3. Existe-t-il une position du point M pour laquelle l'aire du rectangle $ONMP$ est maximale ? Si elle existe, déterminer cette position.

Partie C

On considère un réel strictement positif k .

On souhaite déterminer la plus petite valeur de x , approchée au dixième, appartenant à $[3,5 ; 8]$ pour laquelle l'aire $\mathcal{A}(x)$ devient inférieure ou égale à k .

Pour ce faire, on considère l'algorithme ci-dessous.

Pour rappel, en langage Python, $\ln(x)$ s'écrit `log(x)`.

```

1  from math import *
2
3  def A(x) :
4      return 10*log (- 1* x**2 + 7*x + 9)
5
6  def pluspetitevaleur(k) :
7      x = 3.5
8      while A(x)..... :
9          x = x + 0.1
10     return .....
```

1. Recopier et compléter les lignes 8 et 10 de l'algorithme.

2. Quel nombre renvoie alors l'instruction `pluspetitevaleur(30)` ?

3. Que se passe-t-il lorsque $k = 35$? Justifier.