

Exercice 4

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse.

Chaque réponse doit être justifiée. Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.

1. On considère la fonction f définie sur $]0 ; +\infty[$ par : $f(x) = x \ln(x)$.

Affirmation 1 :

$$\int_1^e f(x) dx = \frac{e^2 + 1}{4}$$

2. Soient n et k deux entiers naturels non nuls tels que $k \leq n$.

Affirmation 2 :

$$n \times \binom{n-1}{k-1} = k \times \binom{n}{k}$$

3. Pour les trois affirmations suivantes, on considère que l'espace est muni d'un repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

Soit d la droite de représentation paramétrique :
$$\begin{cases} x = t + 1 \\ y = 2t + 1 \\ z = -t \end{cases}, \quad t \in \mathbb{R}.$$

Soit d' la droite de représentation paramétrique :
$$\begin{cases} x = 2t' - 1 \\ y = -t' + 2 \\ z = t' + 1 \end{cases}, \quad t' \in \mathbb{R}.$$

Soit P le plan d'équation cartésienne : $2x + y - 2z + 18 = 0$.

Soit A le point de coordonnées $(-1 ; -3 ; 2)$ et B le point de coordonnées $(-5 ; -5 ; 6)$.

On appelle plan médiateur du segment $[AB]$ le plan passant par le milieu du segment $[AB]$ et orthogonal à la droite (AB) .

Affirmation 3 : Le point A appartient à la droite d .

Affirmation 4 : Les droites d et d' sont sécantes.

Affirmation 5 : Le plan P est le plan médiateur du segment $[AB]$.