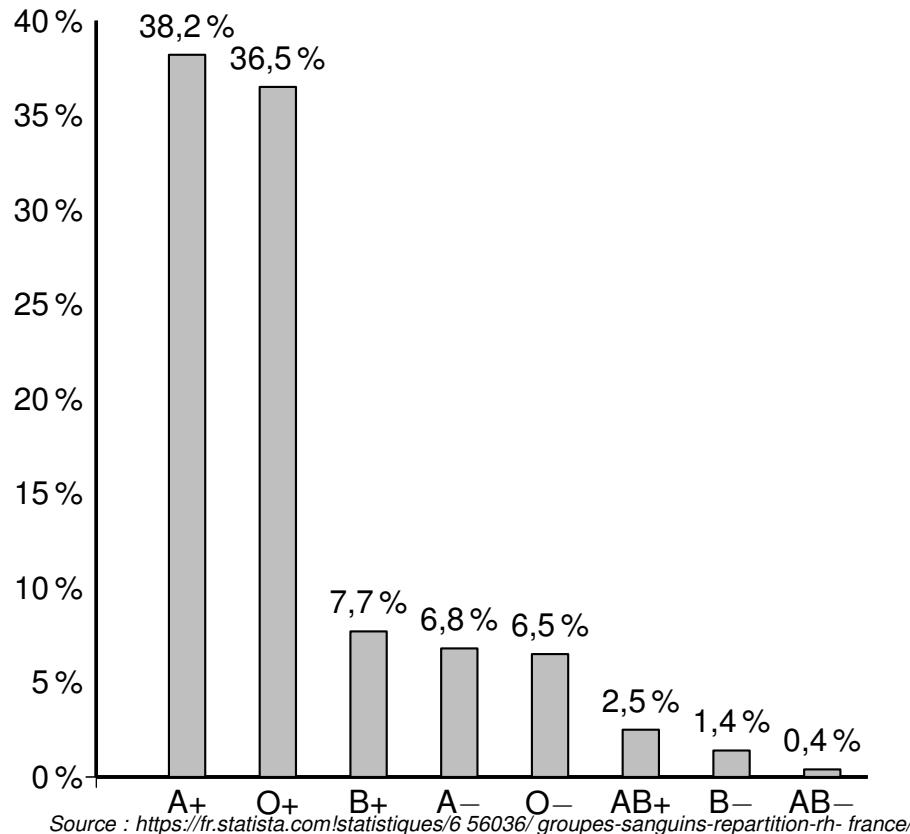


Exercice 1

5 points

Voici la répartition des principaux groupes sanguins des habitants de France:



A+, O+, B+, A-, O-, AB+, B- et AB- sont les différents groupes sanguins combinés aux rhésus.

Par exemple: A + est le groupe sanguin A de rhésus +.

Une expérience aléatoire consiste à choisir une personne au hasard dans la population française et à déterminer son groupe sanguin et son rhésus.

Dans l'exercice, on adopte les notations du type :

$A +$ est l'évènement la personne est de groupe sanguin A et de rhésus +

$A -$ est l'évènement la personne est de groupe sanguin A et de rhésus -

A est l'évènement la personne est de groupe sanguin A

Les parties 1 et 2 sont indépendantes.

Partie 1

On note $Rh+$ l'évènement La personne est de rhésus positif .

1. Justifier que la probabilité que la personne choisie soit de rhésus positif est égale à 0,849.
2. Démontrer à l'aide des données de l'énoncé que $P_{Rh+}(A) = 0,450$ à 0,001 près.
3. Une personne se souvient que son groupe sanguin est AB mais a oublié son rhésus. Quelle est la probabilité que son rhésus soit négatif ? Arrondir le résultat à 0,001 près.

Partie 2

Dans cette partie, les résultats seront arrondis à 0,001 près.

Un donneur universel de sang est une personne de groupe sanguin O et de rhésus négatif. On rappelle que 6,5 % de la population française est de groupe O $-$.

1. On considère 50 personnes choisies au hasard dans la population française et on note X la variable aléatoire qui compte le nombre de donneurs universels.
 - (a) Déterminer la probabilité que 8 personnes soient des donneurs universels. Justifier votre réponse.
 - (b) On considère la fonction ci-dessous nommée `proba` d'argument k écrite en langage Python.

```
def proba(k):
    p=0
    for i in range(k+1):
        p = p + binomiale(i,50,0.065)
    return p
```

Cette fonction utilise la fonction `binomiale` d'argument i, n et p , créée pour l'occasion, qui renvoie la valeur de la probabilité $P(X = i)$ dans le cas où X suit une loi binomiale de paramètres n et p . Déterminer la valeur numérique renvoyée par la fonction `proba` lorsqu'on saisit `proba(8)` dans la console Python. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

2. Quel est le nombre minimal de personnes à choisir au hasard dans la population française pour que la probabilité qu'au moins une des personnes choisies soit donneur universel, soit supérieure à 0,999.

Exercice 2

5 points

Cet exercice contient 5 affirmations.

Pour chaque affirmation, répondre par VRAI ou FAUX en justifiant la réponse.

Toute absence de justification ou justification incorrecte ne sera pas prise en compte dans la notation.

Partie 1

On considère la suite (u_n) définie par:

$$u_0 = 10 \text{ et pour tout entier naturel } n, u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 2.$$

- Affirmation 1** : La suite (u_n) est décroissante minorée par 0.
- Affirmation 2** : $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$.
- Affirmation 3** : La suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n - 3$ est géométrique.

Partie 2

On considère l'équation différentielle (E) : $y' = \frac{3}{2}y + 2$ d'inconnue y , fonction définie et dérivable sur \mathbb{R}

- Affirmation 4** : Il existe une fonction constante solution de l'équation différentielle (E) .
- Dans un repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ on note \mathcal{C}_f la courbe représentative de la fonction f solution de (E) telle que $f(0) = 0$.
- Affirmation 5** : La tangente au point d'abscisse 1 de \mathcal{C}_f a pour coefficient directeur $2e^{\frac{3}{2}}$.

Exercice 3

5 points

Partie 1

On considère la fonction f définie sur l'ensemble des nombres réels \mathbb{R} par :

$$f(x) = (x^2 - 4) e^{-x}.$$

On admet que la fonction f est dérivable sur \mathbb{R} et on note f' sa fonction dérivée.

- Déterminer les limites de la fonction f en $-\infty$ et en $+\infty$.
- Justifier que pour tout réel x , $f'(x) = (-x^2 + 2x + 4) e^{-x}$.
- En déduire les variations de la fonction f sur \mathbb{R} .

Partie 2

On considère la suite (I_n) définie pour tout entier naturel n par $I_n = \int_{-2}^0 x^n e^{-x} dx$.

- Justifier que $I_0 = e^2 - 1$.
- En utilisant une intégration par partie, démontrer l'égalité :

$$I_{n+1} = (-2)^{n+1} e^2 + (n+1) I_n.$$

- En déduire les valeurs exactes de I_1 et de I_2 .

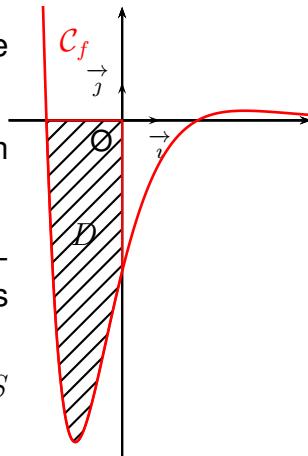
Partie 3

1. Déterminer le signe sur \mathbb{R} de la fonction f définie dans la partie 1.

2. On a représenté ci-contre la courbe \mathcal{C}_f de la fonction f dans un repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.

Le domaine D du plan hachuré ci-contre est délimité par la courbe \mathcal{C}_f , l'axe des abscisses et l'axe des ordonnées.

Calculer la valeur exacte, en unité d'aire, de l'aire S du domaine D .

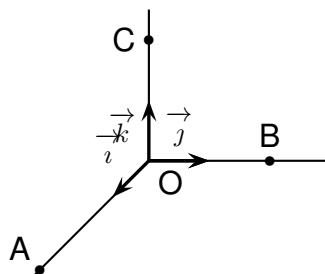


Exercice 4

5 points

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On considère les trois points $A(3 ; 0 ; 0)$, $B(0 ; 2 ; 0)$ et $C(0 ; 0 ; 2)$.



L'objectif de cet exercice est de démontrer la propriété suivante :

Le carré de l'aire du triangle ABC est égal à la somme des carrés des aires des trois autres faces du tétraèdre $OABC$,

Partie 1 : Distance du point O au plan (ABC)

- Démontrer que le vecteur $\vec{n}(2 ; 3 ; 3)$ est normal au plan (ABC) .
- Démontrer qu'une équation cartésienne du plan (ABC) est : $2x + 3y + 3z - 6 = 0$.
- Donner une représentation paramétrique de la droite d passant par O et de vecteur directeur \vec{n} .
- On note H le point d'intersection de la droite d et du plan (ABC) .
Déterminer les coordonnées du point H .
- En déduire que la distance du point O au plan (ABC) est égale à $\frac{3\sqrt{22}}{11}$

Partie 2 : Démonstration de la propriété

1. Démontrer que le volume du tétraèdre OABC est égal à 2.
2. En déduire que l'aire du triangle ABC est égale à $\sqrt{22}$.
3. Démontrer que pour le tétraèdre OABC, le carré de l'aire du triangle ABC est égal à la somme des carrés des aires des trois autres faces du tétraèdre .

On rappelle que le volume d'un tétraèdre est donné par $V = \frac{1}{3}B \times h$ où B est l'aire d'une base du tétraèdre et h est la hauteur relative à cette base.