

Commun à tous les candidats

Dans cet exercice, les résultats des probabilités demandées seront, si nécessaire, arrondis au millième. La leucose féline est une maladie touchant les chats ; elle est provoquée par un virus.

Dans un grand centre vétérinaire, on estime à 40 % la proportion de chats porteurs de la maladie.

On réalise un test de dépistage de la maladie parmi les chats présents dans ce centre vétérinaire.

Ce test possède les caractéristiques suivantes.

- Lorsque le chat est porteur de la maladie, son test est positif dans 90 % des cas.
- Lorsque le chat n'est pas porteur de la maladie, son test est négatif dans 85 % des cas.

On choisit un chat au hasard dans le centre vétérinaire et on considère les événements suivants :

- M : Le chat est porteur de la maladie ;
- T : Le test du chat est positif;
- \overline{M} et \overline{T} désignent les événements contraires des événements M et T respectivement.

- Traduire la situation par un arbre pondéré.
 - Calculer la probabilité que le chat soit porteur de la maladie et que son test soit positif.
 - Montrer que la probabilité que le test du chat soit positif est égale à 0,45.
 - On choisit un chat parmi ceux dont le test est positif. Calculer la probabilité qu'il soit porteur de la maladie.

- On choisit dans le centre vétérinaire un échantillon de 20 chats au hasard. On admet que l'on peut assimiler ce choix à un tirage avec remise.

On note X la variable aléatoire donnant le nombre de chats présentant un test positif dans l'échantillon choisi.

- Déterminer, en justifiant, la loi suivie par la variable aléatoire X .
 - Calculer la probabilité qu'il y ait dans l'échantillon exactement 5 chats présentant un test positif.
 - Calculer la probabilité qu'il y ait dans l'échantillon au plus 8 chats présentant un test positif.
 - Déterminer l'espérance de la variable aléatoire X et interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.
- Dans cette question, on choisit un échantillon de n chats dans le centre, qu'on assimile encore à un tirage avec remise. On note p_n la probabilité qu'il y ait au moins un chat présentant un test positif dans cet échantillon.

- Montrer que $p_n = 1 - 0,55^n$.

(b)

Décrire le rôle du programme ci-contre écrit en langage Python, dans lequel la variable n est un entier naturel et la variable P un nombre réel.

```
def seuil():
    n = 0
    P = 0
    while P < 0,99 :
        n = n + 1
        P = 1 - 0,55 * *n
    return n
```

(c) Déterminer, en précisant la méthode employée, la valeur renvoyée par ce programme.