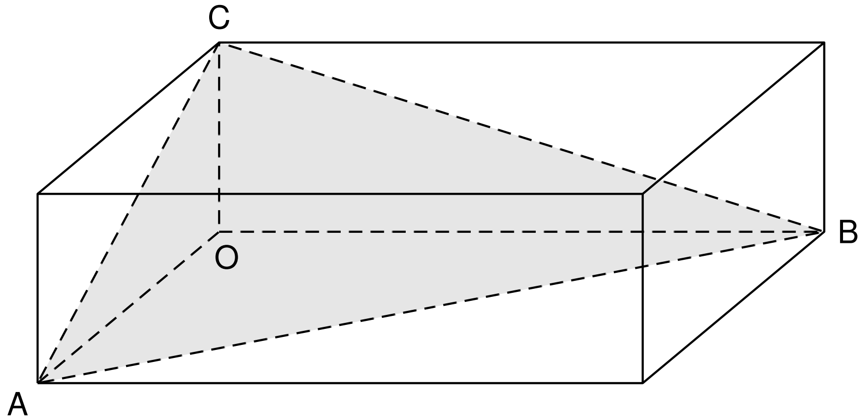
Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé $\left(O ; \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$, on considère les points:
A de coordonnées (2 ; 0 ; 0), B de coordonnées (0 ; 3 ; 0) et C de coordonnées (0 ; 0 ; 1).



L'objectif de cet exercice est de calculer l'aire du triangle ABC.

1. (a) Montrer que le vecteur $\vec{n}\begin{pmatrix}3\\2\\6\end{pmatrix}$ est normal au plan (ABC).

   (b) En déduire qu'une équation cartésienne du plan (ABC) est : $3x+2y+6z-6=0$.

2. On note d la droite passant par O et orthogonale au plan (ABC).

   (a) Déterminer une représentation paramétrique de la droite d.

   (b) Montrer que la droite d coupe le plan (ABC) au point H de coordonnées $\left(\frac{18}{49} ; \frac{12}{49} ; \frac{36}{49}\right)$.

   (c) Calculer la distance OH.

3. On rappelle que le volume d'une pyramide est donné par: $V=\dfrac{1}{3}\mathcal{B}h$, où $\mathcal{B}$ est l'aire d'une base et h est la hauteur de la pyramide correspondant à cette base.

   En calculant de deux façons différentes le volume de la pyramide OABC, déterminer l'aire du triangle ABC.