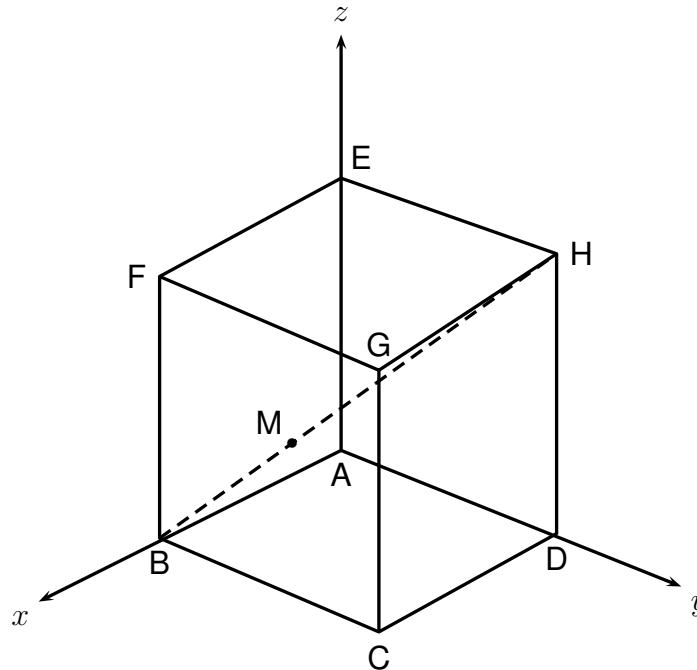


Commun à tous les candidats

Dans l'espace, on considère le cube ABCDEFGH d'arête de longueur égale à 1.

On munit l'espace du repère orthonormé $(A ; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$.

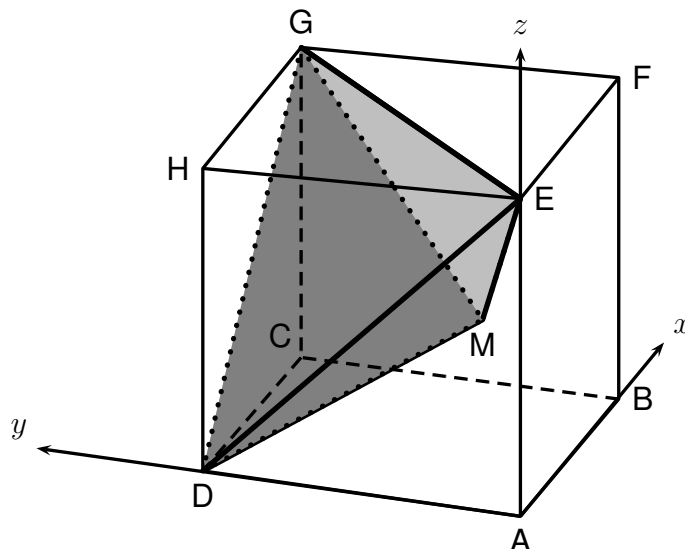
On considère le point M tel que $\overrightarrow{BM} = \frac{1}{3} \overrightarrow{BH}$.



- Par lecture graphique, donner les coordonnées des points B, D, E, G et H.
- Quelle est la nature du triangle EGD ? Justifier la réponse.
 - On admet que l'aire d'un triangle équilatéral de côté c est égale à $\frac{\sqrt{3}}{4}c^2$.
Montrer que l'aire du triangle EGD est égale à $\frac{\sqrt{3}}{2}$.
- Démontrer que les coordonnées de M sont $\left(\frac{2}{3}; \frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$.
- Justifier que le vecteur $\vec{n}(-1; 1; 1)$ est normal au plan (EGD).
 - En déduire qu'une équation cartésienne du plan (EGD) est: $-x + y + z - 1 = 0$.
 - Soit \mathcal{D} la droite orthogonale au plan (EGD) et passant par le point M.
Montrer qu'une représentation paramétrique de cette droite est:

$$\mathcal{D} : \begin{cases} x = \frac{2}{3} - t \\ y = \frac{1}{3} + t \\ z = \frac{1}{3} + t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$$

5. Le cube ABCDEFGH est représenté ci-dessus selon une vue qui permet de mieux percevoir la pyramide GEDM, en gris sur la figure :



Le but de cette question est de calculer le volume de la pyramide GEDM.

- (a) Soit K, le pied de la hauteur de la pyramide GEDM issue du point M.

Démontrer que les coordonnées du point K sont $\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right)$.

- (b) En déduire le volume de la pyramide GEDM.

On rappelle que le volume V d'une pyramide est donné par la formule

$V = \frac{b \times h}{3}$ où b désigne l'aire d'une base et h la hauteur associée.