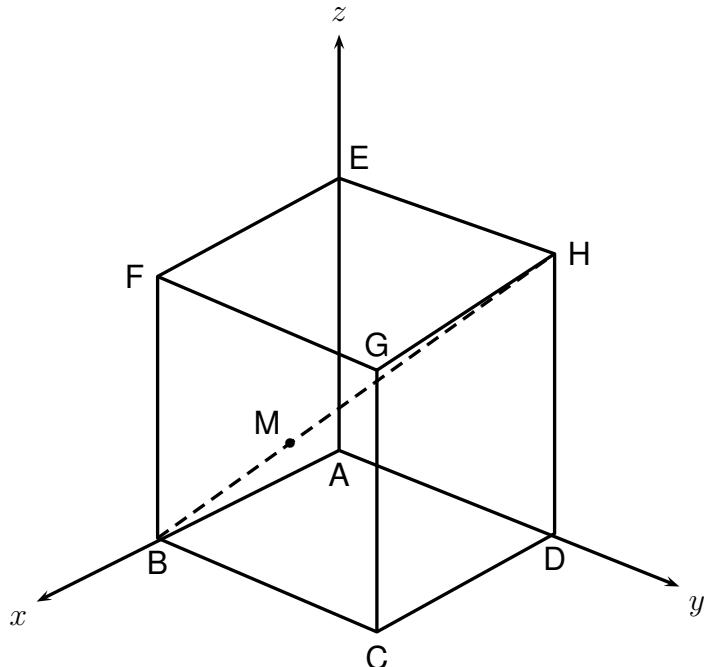


**Commun à tous les candidats**

Dans l'espace, on considère le cube ABCDEFGH d'arête de longueur égale à 1.

On munit l'espace du repère orthonormé  $(A ; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$ .

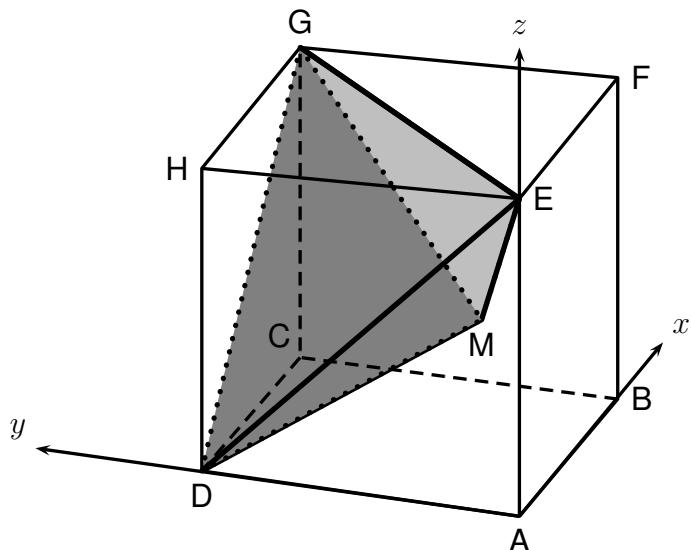
On considère le point M tel que  $\overrightarrow{BM} = \frac{1}{3} \overrightarrow{BH}$ .



1. Par lecture graphique, donner les coordonnées des points B, D, E, G et H.
2. (a) Quelle est la nature du triangle EGD ? Justifier la réponse.  
(b) On admet que l'aire d'un triangle équilatéral de côté  $c$  est égale à  $\frac{\sqrt{3}}{4}c^2$ .  
Montrer que l'aire du triangle EGD est égale à  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .
3. Démontrer que les coordonnées de M sont  $\left( \frac{2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3} \right)$ .
4. (a) Justifier que le vecteur  $\vec{n}(-1; 1; 1)$  est normal au plan (EGD).  
(b) En déduire qu'une équation cartésienne du plan (EGD) est:  $-x + y + z - 1 = 0$ .  
(c) Soit  $\mathcal{D}$  la droite orthogonale au plan (EGD) et passant par le point M.  
Montrer qu'une représentation paramétrique de cette droite est:

$$\mathcal{D} : \begin{cases} x = \frac{2}{3} - t \\ y = \frac{1}{3} + t \\ z = \frac{1}{3} + t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$$

5. Le cube ABCDEFGH est représenté ci-dessus selon une vue qui permet de mieux percevoir la pyramide GEDM, en gris sur la figure :



Le but de cette question est de calculer le volume de la pyramide GEDM.

- (a) Soit K, le pied de la hauteur de la pyramide GEDM issue du point M.

Démontrer que les coordonnées du point K sont  $\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right)$ .

- (b) En déduire le volume de la pyramide GEDM.

*On rappelle que le volume V d'une pyramide est donné par la formule*

$V = \frac{b \times h}{3}$  où b désigne l'aire d'une base et h la hauteur associée.