EXERCICE 3 commun à tous les candidats **5 points**

Un sac contient les huit lettres suivantes: A B C D E F G H (2 voyelles et 6 consonnes).
Un jeu consiste à tirer simultanément au hasard deux lettres dans ce sac.
On gagne si le tirage est constitué d'une voyelle **et** d'une consonne.

1. Un joueur extrait simultanément deux lettres du sac.
   (a) Déterminer le nombre de tirages possibles.
   (b) Déterminer la probabilité que le joueur gagne à ce jeu.

Les questions 2 et 3 de cet exercice sont indépendantes.

Pour la suite de l'exercice, on admet que la probabilité que le joueur gagne est égale à $\frac{3}{7}$.

2. Pour jouer, le joueur doit payer k euros, k désignant un entier naturel non nul.

   Si le joueur gagne, il remporte la somme de 10 euros, sinon il ne remporte rien.

   On note G la variable aléatoire égale au gain algébrique d'un joueur (c'est-à-dire la somme remportée à laquelle on soustrait la somme payée).
   (a) Déterminer la loi de probabilité de G.
   (b) Quelle doit être la valeur maximale de la somme payée au départ pour que le jeu reste favorable au joueur ?
3. Dix joueurs font chacun une partie. Les lettres tirées sont remises dans le sac après chaque partie.

   On note X la variable aléatoire égale au nombre de joueurs gagnants.
   (a) Justifier que X suit une loi binomiale et donner ses paramètres.
   (b) Calculer la probabilité, arrondie à 10^{-3}, qu'il y ait exactement quatre joueurs gagnants.
   (c) Calculer $P(X \geqslant 5)$ en arrondissant à 10^{-3}. Donner une interprétation du résultat obtenu.
   (d) Déterminer le plus petit entier naturel n tel que $P(X \leqslant n) \geqslant 0,9$.