

Commun à tous les candidats

ABCDEFGH est un cube. I est le centre de la face ADHE et J est un point du segment [CG].

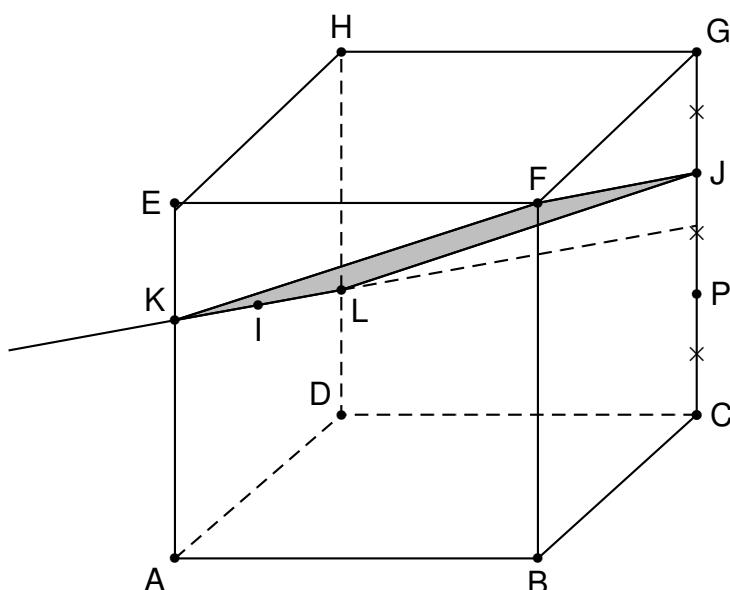
Il existe donc $a \in [0 ; 1]$ tel que $\overrightarrow{CJ} = a \overrightarrow{CG}$.

On note (d) la droite passant par I et parallèle à (FJ) .

On note K et L les points d'intersection de la droite (d) et des droites (AE) et (DH) .

On se place dans le repère $(A ; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$.

Partie A : Dans cette partie $a = \frac{2}{3}$



1. Donner les coordonnées des points F, I et J.
2. Déterminer une représentation paramétrique de la droite (d) .
3. (a) Montrer que le point de coordonnées $\left(0 ; 0 ; \frac{2}{3}\right)$ est le point K.
 (b) Déterminer les coordonnées du point L, intersection des droites (d) et (DH) .
4. (a) Démontrer que le quadrilatère FJKL est un parallélogramme.
 (b) Démontrer que le quadrilatère FJKL est un losange.
 (c) Le quadrilatère FJKL est-il un carré ?

Partie B : Cas général

On admet que les coordonnées des points K et L sont : $K\left(0 ; 0 ; 1 - \frac{a}{2}\right)$ et $L\left(0 ; 1 ; \frac{a}{2}\right)$.

On rappelle que $a \in [0 ; 1]$.

1. Déterminer les coordonnées de J en fonction de a .

2. Montrer que le quadrilatère FJLK est un parallélogramme.
3. Existe-t-il des valeurs de a telles que le quadrilatère FJLK soit un losange ? Justifier.
4. Existe-t-il des valeurs de a telles que le quadrilatère FJLK soit un carré ? Justifier.