

Commun à tous les candidats

ABCDEFGH est un cube. I est le centre de la face ADHE et J est un point du segment [CG].

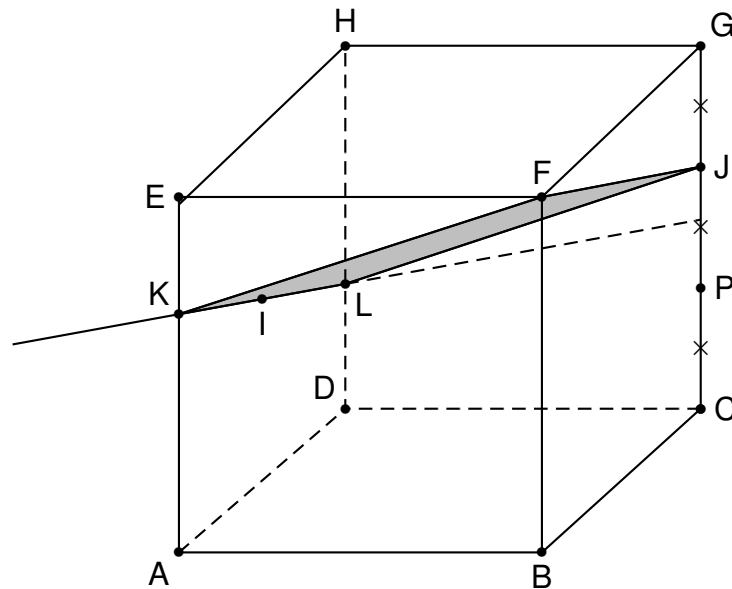
Il existe donc $a \in [0 ; 1]$ tel que $\overrightarrow{CJ} = a \overrightarrow{CG}$.

On note (d) la droite passant par I et parallèle à (FJ).

On note K et L les points d'intersection de la droite (d) et des droites (AE) et (DH).

On se place dans le repère $(A ; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$.

Partie A : Dans cette partie $a = \frac{2}{3}$



1. Donner les coordonnées des points F, I et J.
2. Déterminer une représentation paramétrique de la droite (d) .
3. (a) Montrer que le point de coordonnées $\left(0 ; 0 ; \frac{2}{3}\right)$ est le point K.
(b) Déterminer les coordonnées du point L, intersection des droites (d) et (DH).
4. (a) Démontrer que le quadrilatère FJLK est un parallélogramme.
(b) Démontrer que le quadrilatère FJLK est un losange.
(c) Le quadrilatère FJLK est-il un carré ?

Partie B : Cas général

On admet que les coordonnées des points K et L sont : $K\left(0 ; 0 ; 1 - \frac{a}{2}\right)$ et $L\left(0 ; 1 ; \frac{a}{2}\right)$.

On rappelle que $a \in [0 ; 1]$.

1. Déterminer les coordonnées de J en fonction de a .

2. Montrer que le quadrilatère FJLK est un parallélogramme.
3. Existe-t-il des valeurs de a telles que le quadrilatère FJLK soit un losange ? Justifier.
4. Existe-t-il des valeurs de a telles que le quadrilatère FJLK soit un carré ? Justifier.