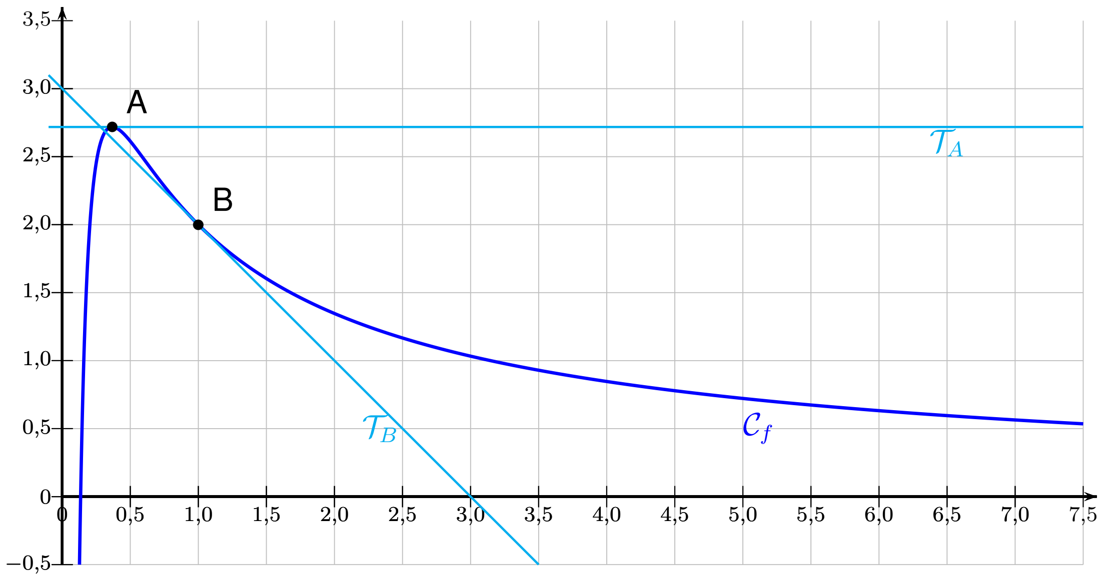
Principaux domaines abordés
Logarithme Dérivation, convexité, limites

Sur le graphique ci-dessous, on a représenté dans un repère orthonormé :

- la courbe représentative $\mathcal{C}_f$ dune fonction f définie et dérivable sur $]0\ ;\ +\infty[$;
- la tangente $\mathcal{T}_A$ à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point A de coordonnées $\left(\dfrac{1}{\mathrm{e}}\ ;\ \mathrm{e}\right)$;
- la tangente $\mathcal{T}_B$ à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point B de coordonnées (1 ; 2).

La droite $\mathcal{T}_A$ est parallèle à laxe des abscisses. La droite $\mathcal{T}_B$ coupe laxe des abscisses au point de coordonnées (3 ; 0) et laxe des ordonnées au point de coordonnées (0 ; 3).



On note f' la fonction dérivée de f.

PARTIE I

1. Déterminer graphiquement les valeurs de $f'\left(\dfrac{1}{\mathrm{e}}\right)$ et de $f'(1)$.
2. En déduire une équation de la droite $\mathcal{T}_B$.

PARTIE II

On suppose maintenant que la fonction f est définie sur $]0\ ;\ +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{2 + \ln(x)}{x}.$$

COOPMATHS CC BY SA

MathALÉA

1. Par le calcul, montrer que la courbe $\mathcal{C}_f$ passe par les points A et B et quelle coupe laxe des abscisses en un point unique que lon précisera.

2. Déterminer la limite de $f(x)$ quand x tend vers 0 par valeurs supérieures, et la limite de $f(x)$ quand x tend vers $+\infty$.

3. Montrer que, pour tout $x \in]0\ ;\ \infty[$,

$$f'(x) = \frac{-1 - \ln(x)}{x^2}.$$

4. Dresser le tableau de variations de f sur $]0\ ;\ +\infty[$.

5. On note f'' la fonction dérivée seconde de f On admet que, pour tout $x \in]0\ ;\ +\infty[$

$$f''(x) = \frac{1 + 2\ln(x)}{x^3}.$$

Déterminer le plus grand intervalle sur lequel f est convexe.

🚀 Retrouve des milliers d'exercices corrigés sur galilee.ac

COOPMATHS CC BY SA

MathALÉA