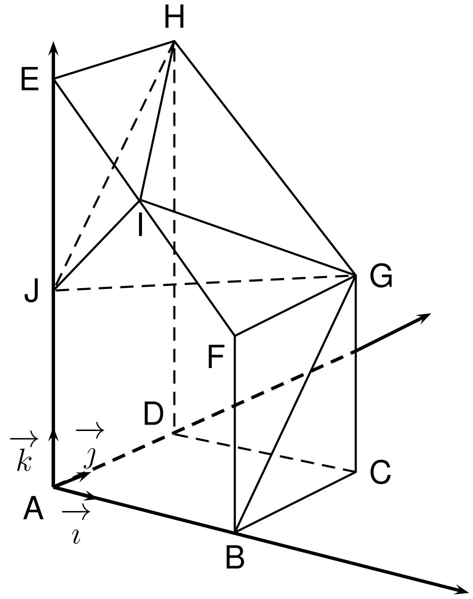
On considère le prisme droit ABFEDCGH, de base ABFE, trapèze rectangle en A.
On associe à ce prisme le repère orthonormé $\left(\text{A} ; \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$ tel que :

$$\vec{\imath} = \frac{1}{4}\overrightarrow{\text{AB}}, \quad \vec{\jmath} = \frac{1}{4}\overrightarrow{\text{AD}}, \quad \vec{k} = \frac{1}{8}\overrightarrow{\text{AE}}.$$

De plus on a $\overrightarrow{\text{BF}} = \frac{1}{2}\overrightarrow{\text{AE}}$.
On note I le milieu du segment [EF].
On note J le milieu du segment [AE].



1. Donner les coordonnées des points I et J.

2. Soit $\vec{n}$ le vecteur de coordonnées $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

   (a) Montrer que le vecteur $\vec{n}$ est normal au plan (IGJ).

   (b) Déterminer une équation cartésienne du plan (IGJ).

3. Déterminer une représentation paramétrique de la droite d, perpendiculaire au plan (IGJ) et passant par H.

4. On note L le projeté orthogonal du point H sur le plan (IGJ).

   Montrer que les coordonnées de L sont $\left(\frac{8}{3} ; \frac{4}{3} ; \frac{16}{3}\right)$.

5. Calculer la distance du point H au plan (IGJ).

6. Montrer que le triangle IGJ est rectangle en I.

7. En déduire le volume du tétraèdre IGJH.

On rappelle que le volume V d'un tétraèdre est donné par la formule :
$V = \frac{1}{3} \times (\text{aire de la base}) \times \text{hauteur}.$