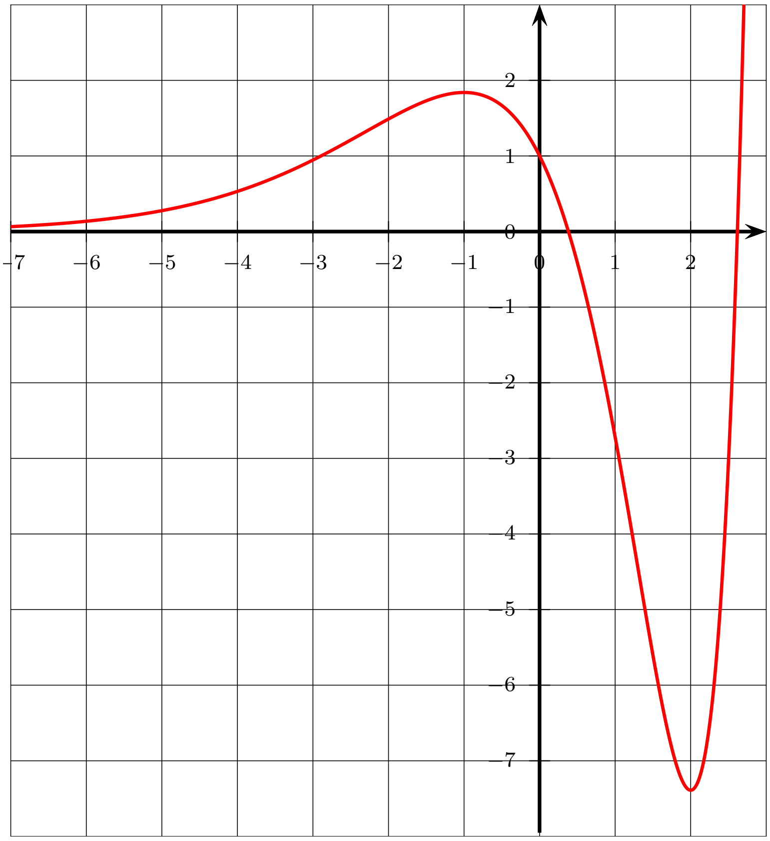
Partie A

Le plan est muni d'un repère orthogonal.

On considère une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$. On note f' sa fonction dérivée. On donne ci-dessous la courbe représentative de la fonction dérivée f'.



Dans cette partie, les résultats seront obtenus par lecture graphique de la courbe représentative de la fonction dérivée f'. Aucune justification n'est demandée.

1. Donner le sens de variation de la fonction f sur $\mathbb{R}$. On utilisera des valeurs approchées si besoin.
2. Donner les intervalles sur lesquels la fonction f semble être convexe.

Partie B

On admet que la fonction f de la partie **A** est définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = \left(x^2 - 5x + 6\right) \mathrm{e}^x.$$

On note $\mathcal{C}$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère.

1. (a) Déterminer la limite de la fonction f en $+\infty$.
   (b) Déterminer la limite de la fonction f en $-\infty$.
2. Montrer que, pour tout réel x, on a $f'(x) = \left(x^2 - 3x + 1\right) \mathrm{e}^x$.

3. En déduire le sens de variation de la fonction f.
4. Déterminer l'équation réduite de la tangente $(\mathcal{T})$ à la courbe $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 0.

On admet que la fonction f est deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$. On note f'' la fonction dérivée seconde de la fonction f. On admet que, pour tout réel x, on a $f''(x) = (x+1)(x-2)\mathrm{e}^x$.

5. (a) Étudier la convexité de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

   (b) Montrer que, pour tout x appartenant à l'intervalle $[-1\ ;\ 2]$, on a $f(x) \leqslant x + 6$.