

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les points

$$A(-1 ; -3 ; 2), \quad B(3 ; -2 ; 6) \quad \text{et} \quad C(1 ; 2 ; -4).$$

1. Démontrer que les points A, B et C définissent un plan que l'on notera \mathcal{P} .
2. (a) Montrer que le vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} 13 \\ -16 \\ -9 \end{pmatrix}$ est normal au plan \mathcal{P} .
(b) Démontrer qu'une équation cartésienne du plan \mathcal{P} est $13x - 16y - 9z - 17 = 0$.

On note \mathcal{D} la droite passant par le point $F(15 ; -16 ; -8)$ et orthogonale au plan \mathcal{P} .

3. Donner une représentation paramétrique de la droite \mathcal{D} .
4. On appelle E le point d'intersection de la droite \mathcal{D} et du plan \mathcal{P} .
Démontrer que le point E a pour coordonnées $(2 ; 0 ; 1)$.
5. Déterminer la valeur exacte de la distance du point F au plan \mathcal{P} .
6. Déterminer les coordonnées du ou des point(s) de la droite \mathcal{D} dont la distance au plan \mathcal{P} est égale à la moitié de la distance du point F au plan \mathcal{P} .